

Sommaire : GEOMETRIE

Pages

• Comment rédiger une démonstration ?	2
• Comment démontrer : - que deux droites sont parallèles ?	2 à 4
- que deux droites ne sont pas parallèles ?	4
- que deux droites sont perpendiculaires ?	5
- qu'un triangle est rectangle ?	6
- qu'un triangle n'est pas rectangle ?	7
- qu'un triangle est isocèle ?	7
- qu'un triangle est équilatéral ?	7
- qu'un quadrilatère est un parallélogramme ? ...	8
- qu'un quadrilatère est un rectangle ?	9
- qu'un quadrilatère est un losange ?	9
- qu'un quadrilatère est un carré ?	10
• Comment construire l'image d'une figure par une transformation ?	10
• Comment démontrer : - qu'un point est le milieu d'un segment ?	11
- qu'une droite est médiane, médiatrice, bissectrice ou hauteur ?	12
- qu'un point est un point particulier d'un triangle ?	13
- que deux segments ont la même longueur ? ...	13 - 14
• Comment calculer la longueur d'un segment ?	14 à 17
• Comment démontrer que deux angles ont la même mesure ?	18 - 19
• Comment calculer la mesure d'un angle ?	19 - 20
• Comment exprimer et calculer : - un périmètre ?	21
- une aire ?	21 - 22
- un volume ?	23 - 24
• Comment représenter la section d'un solide par un plan ?	24 - 25
• Comment utiliser les effets d'un agrandissement ou d'une réduction ? ..	26
• Comment tracer un patron de solide ?	27

Sommaire : GEOMETRIE

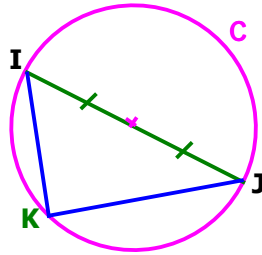
Pages

• Comment rédiger une démonstration ?	2
• Comment démontrer : - que deux droites sont parallèles ?	2 à 4
- que deux droites ne sont pas parallèles ?	4
- que deux droites sont perpendiculaires ?	5
- qu'un triangle est rectangle ?	6
- qu'un triangle n'est pas rectangle ?	7
- qu'un triangle est isocèle ?	7
- qu'un triangle est équilatéral ?	7
- qu'un quadrilatère est un parallélogramme ? ...	8
- qu'un quadrilatère est un rectangle ?	9
- qu'un quadrilatère est un losange ?	9
- qu'un quadrilatère est un carré ?	10
• Comment construire l'image d'une figure par une transformation ?	10
• Comment démontrer : - qu'un point est le milieu d'un segment ?	11
- qu'une droite est médiane, médiatrice, bissectrice ou hauteur ?	12
- qu'un point est un point particulier d'un triangle ?	13
- que deux segments ont la même longueur ? ...	13 - 14
• Comment calculer la longueur d'un segment ?	14 à 17
• Comment démontrer que deux angles ont la même mesure ?	18 - 19
• Comment calculer la mesure d'un angle ?	19 - 20
• Comment exprimer et calculer : - un périmètre ?	21
- une aire ?	21 - 22
- un volume ?	23 - 24
• Comment représenter la section d'un solide par un plan ?	24 - 25
• Comment utiliser les effets d'un agrandissement ou d'une réduction ? ..	26
• Comment tracer un patron de solide ?	27

Comment rédiger une démonstration ?

Exemple :

Soit C un cercle de diamètre $[IJ]$.
Soit K un point de ce cercle.
Démontrer que le triangle IJK est rectangle.



1. En écrivant la propriété

On écrit les hypothèses : $[IJ]$ est un diamètre du cercle C .
 K est un point du cercle C .

On écrit la propriété : Si un côté d'un triangle est le diamètre d'un cercle et si le 3^{ème} sommet est sur ce cercle alors ce triangle est rectangle.

On donne la conclusion : Donc le triangle IJK est rectangle en K .

2. Sans écrire la propriété

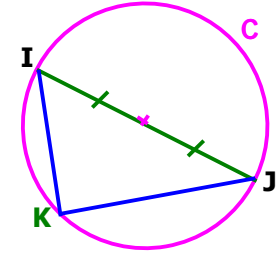
On écrit précisément les hypothèses et on donne directement la conclusion sans réciter la propriété que l'on utilise :

K est un point du cercle de diamètre $[IJ]$ donc le triangle IJK est rectangle en K .

Comment rédiger une démonstration ?

Exemple :

Soit C un cercle de diamètre $[IJ]$.
Soit K un point de ce cercle.
Démontrer que le triangle IJK est rectangle.



1. En écrivant la propriété

On écrit les hypothèses : $[IJ]$ est un diamètre du cercle C .
 K est un point du cercle C .

On écrit la propriété : Si un côté d'un triangle est le diamètre d'un cercle et si le 3^{ème} sommet est sur ce cercle alors ce triangle est rectangle.

On donne la conclusion : Donc le triangle IJK est rectangle en K .

2. Sans écrire la propriété

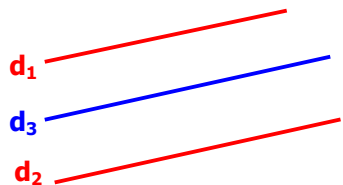
On écrit précisément les hypothèses et on donne directement la conclusion sans réciter la propriété que l'on utilise :

K est un point du cercle de diamètre $[IJ]$ donc le triangle IJK est rectangle en K .

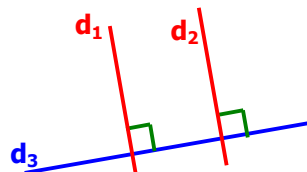
Comment démontrer que deux droites sont parallèles ?

1. Avec les droites

P₁ Si deux droites sont parallèles à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.



P₂ Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.

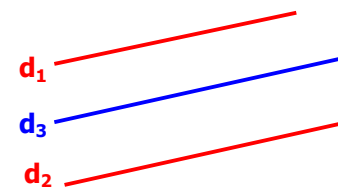


2

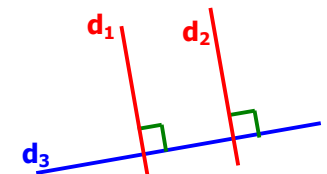
Comment démontrer que deux droites sont parallèles ?

1. Avec les droites

P₁ Si deux droites sont parallèles à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.



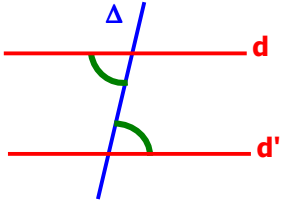
P₂ Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.



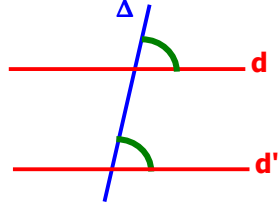
2

2. Avec les angles

P₃ Si deux droites coupées par une sécante forment des angles alternes-internes égaux alors **elles sont parallèles.**

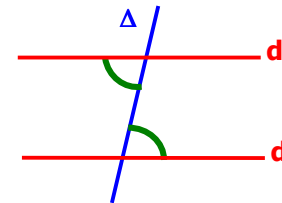


P₄ Si deux droites coupées par une sécante forment des angles correspondants égaux alors **elles sont parallèles.**

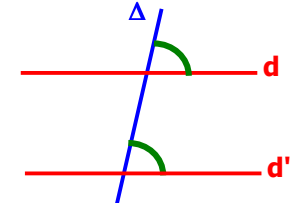


2. Avec les angles

P₃ Si deux droites coupées par une sécante forment des angles alternes-internes égaux alors **elles sont parallèles.**

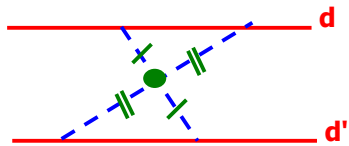


P₄ Si deux droites coupées par une sécante forment des angles correspondants égaux alors **elles sont parallèles.**



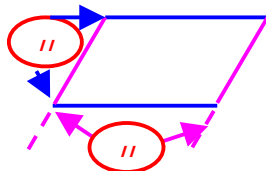
3. Avec les transformations

P₅ Si deux droites sont symétriques par rapport à un point alors **elles sont parallèles.**



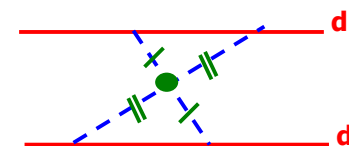
4. Avec les quadrilatères

P₆ Si un quadrilatère est un parallélogramme (un losange, un rectangle ou un carré) alors **ses côtés opposés sont parallèles.**



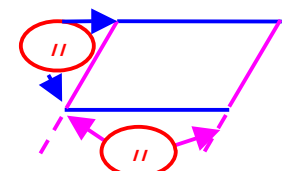
3. Avec les transformations

P₅ Si deux droites sont symétriques par rapport à un point alors **elles sont parallèles.**



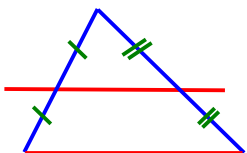
4. Avec les quadrilatères

P₆ Si un quadrilatère est un parallélogramme (un losange, un rectangle ou un carré) alors **ses côtés opposés sont parallèles.**



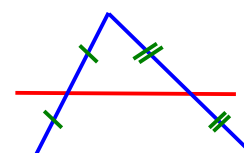
5. Avec la droite des milieux

P₇ Si dans un triangle une droite passe par les milieux de deux côtés alors **elle est parallèle au 3^{ème} côté.**



5. Avec la droite des milieux

P₇ Si dans un triangle une droite passe par les milieux de deux côtés alors **elle est parallèle au 3^{ème} côté.**

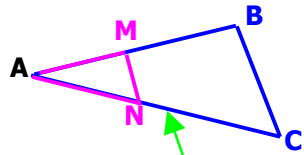


6. Avec la réciproque de la propriété de Thalès

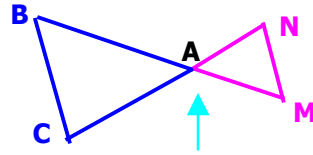
P₈ Si dans les triangles **AMN** et **ABC** :

- **A, M** et **B** sont alignés dans le même ordre que **A, N** et **C** ;
- $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

alors **(MN)** et **(BC)** sont parallèles.



Triangles
« emboîtés »



Triangles
« en papillon »

Exemple : Démontrer que **(JK)** et **(ML)** sont parallèles.

Dans les triangles **IML** et **IJK** :

- **J, I** et **L** sont alignés dans le même ordre que **K, I** et **M**.

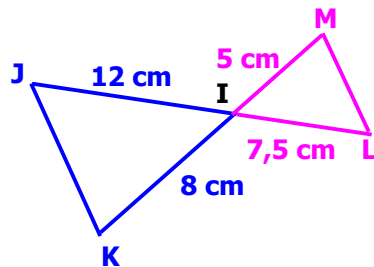
$$\frac{IM}{IK} = \frac{5}{8} \quad \text{et} \quad \frac{IL}{IJ} = \frac{7,5}{12}$$

$$5 \times 12 = 60$$

$$8 \times 7,5 = 60$$

Les produits en croix sont égaux donc $\frac{IM}{IK} = \frac{IL}{IJ}$.

D'après la réciproque de la propriété de Thalès,
(JK) et **(ML)** sont parallèles.

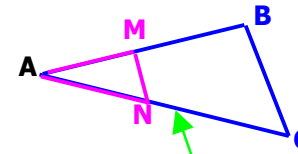


6. Avec la réciproque de la propriété de Thalès

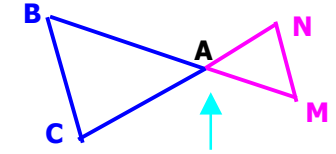
P₈ Si dans les triangles **AMN** et **ABC** :

- **A, M** et **B** sont alignés dans le même ordre que **A, N** et **C** ;
- $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

alors **(MN)** et **(BC)** sont parallèles.



Triangles
« emboîtés »



Triangles
« en papillon »

Exemple : Démontrer que **(JK)** et **(ML)** sont parallèles.

Dans les triangles **IML** et **IJK** :

- **J, I** et **L** sont alignés dans le même ordre que **K, I** et **M**.

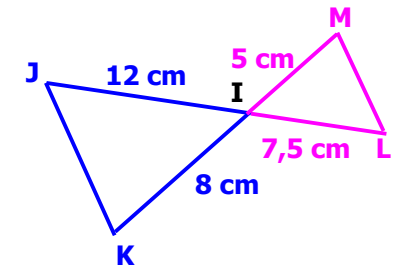
$$\frac{IM}{IK} = \frac{5}{8} \quad \text{et} \quad \frac{IL}{IJ} = \frac{7,5}{12}$$

$$5 \times 12 = 60$$

$$8 \times 7,5 = 60$$

Les produits en croix sont égaux donc $\frac{IM}{IK} = \frac{IL}{IJ}$.

D'après la réciproque de la propriété de Thalès,
(JK) et **(ML)** sont parallèles.



Comment démontrer que deux droites ne sont pas parallèles ?

Exemple : Démontrer que **(UV)** et **(ST)** ne sont pas parallèles.

Dans les triangles **RUV** et **RST** :

- **R, U** et **S** sont alignés dans le même ordre que **R, V** et **T**.

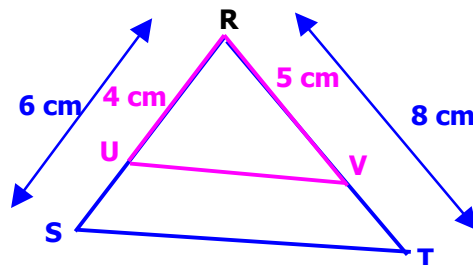
$$\frac{RU}{RS} = \frac{4}{6} \quad \text{et} \quad \frac{RV}{RT} = \frac{5}{8}$$

$$4 \times 8 = 32$$

$$6 \times 5 = 30$$

Les produits en croix ne sont pas égaux donc $\frac{RU}{RS} \neq \frac{RV}{RT}$.

donc **(UV)** et **(ST)** ne sont pas parallèles.



Comment démontrer que deux droites ne sont pas parallèles ?

Exemple : Démontrer que **(UV)** et **(ST)** ne sont pas parallèles.

Dans les triangles **RUV** et **RST** :

- **R, U** et **S** sont alignés dans le même ordre que **R, V** et **T**.

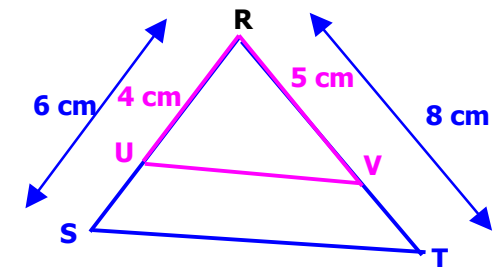
$$\frac{RU}{RS} = \frac{4}{6} \quad \text{et} \quad \frac{RV}{RT} = \frac{5}{8}$$

$$4 \times 8 = 32$$

$$6 \times 5 = 30$$

Les produits en croix ne sont pas égaux donc $\frac{RU}{RS} \neq \frac{RV}{RT}$.

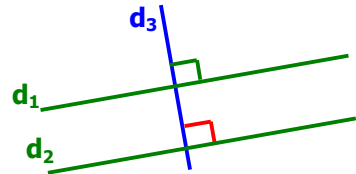
donc **(UV)** et **(ST)** ne sont pas parallèles.



Comment démontrer que deux droites sont perpendiculaires ?

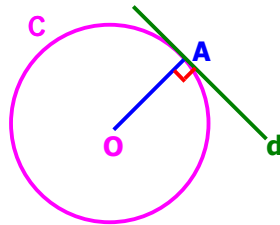
1. Avec les droites

P₉ Si **deux droites sont parallèles**
et **si une troisième est**
perpendiculaire à l'une
alors
elle est perpendiculaire à l'autre.



2. Avec la tangente à un cercle

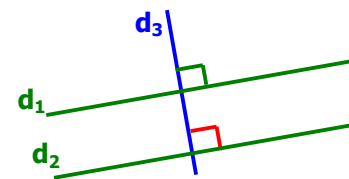
P₁₀ Si **une droite est**
tangente à un cercle
alors **elle est perpendiculaire**
au rayon au point de contact.



Comment démontrer que deux droites sont perpendiculaires ?

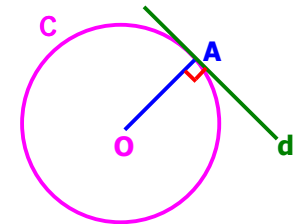
1. Avec les droites

P₉ Si **deux droites sont parallèles**
et **si une troisième est**
perpendiculaire à l'une
alors
elle est perpendiculaire à l'autre.



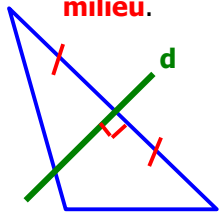
2. Avec la tangente à un cercle

P₁₀ Si **une droite est**
tangente à un cercle
alors **elle est perpendiculaire**
au rayon au point de contact.

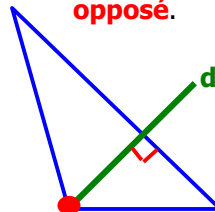


3. Avec les droites remarquables du triangle

P₁₁ Si **une droite est la**
médiatrice d'un segment
alors **elle est perpendiculaire à**
ce segment et elle passe par son
milieu.

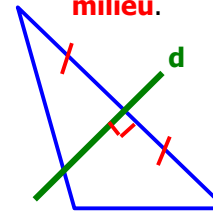


P₁₂ Si dans un triangle **une**
droite est une hauteur
alors **elle passe par un sommet et**
est perpendiculaire au côté
opposé.

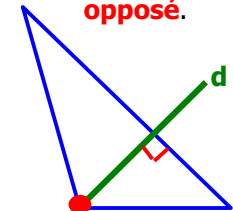


3. Avec les droites remarquables du triangle

P₁₁ Si **une droite est la**
médiatrice d'un segment
alors **elle est perpendiculaire à**
ce segment et elle passe par son
milieu.

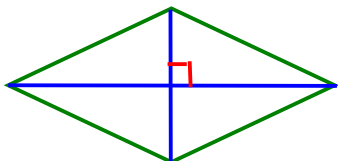


P₁₂ Si dans un triangle **une**
droite est une hauteur
alors **elle passe par un sommet et**
est perpendiculaire au côté
opposé.

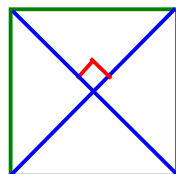


4. Avec les quadrilatères

P₁₃ Si **un quadrilatère**
est un losange
alors **ses diagonales sont**
ses axes de symétrie
et sont perpendiculaires.

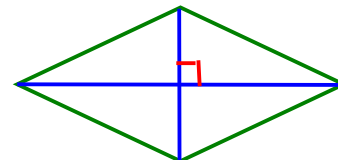


P₁₄ Si **un quadrilatère**
est un carré
alors **ses diagonales**
sont perpendiculaires.

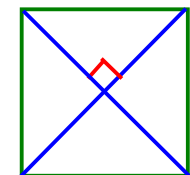


4. Avec les quadrilatères

P₁₃ Si **un quadrilatère**
est un losange
alors **ses diagonales sont**
ses axes de symétrie
et sont perpendiculaires.



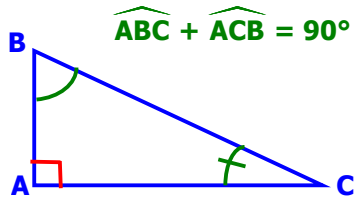
P₁₄ Si **un quadrilatère**
est un carré
alors **ses diagonales**
sont perpendiculaires.



Comment démontrer qu'un triangle est rectangle ?

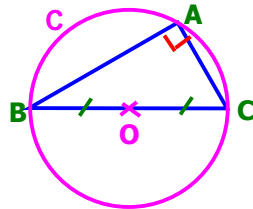
1. Avec les angles

P₁₅ Si un triangle a deux angles complémentaires alors **il est rectangle.**



2. Avec un cercle

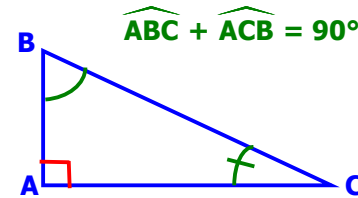
P₁₆ Si un côté d'un triangle est le diamètre d'un cercle et si le 3^{ème} sommet est sur ce cercle alors **ce triangle est rectangle.**



Comment démontrer qu'un triangle est rectangle ?

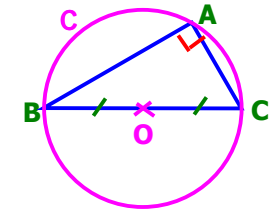
1. Avec les angles

P₁₅ Si un triangle a deux angles complémentaires alors **il est rectangle.**



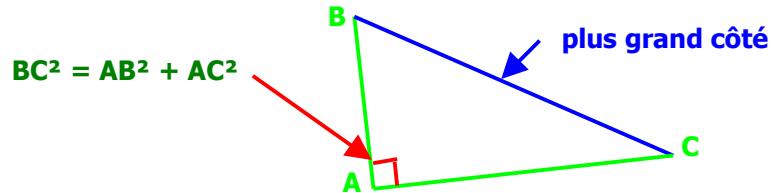
2. Avec un cercle

P₁₆ Si un côté d'un triangle est le diamètre d'un cercle et si le 3^{ème} sommet est sur ce cercle alors **ce triangle est rectangle.**



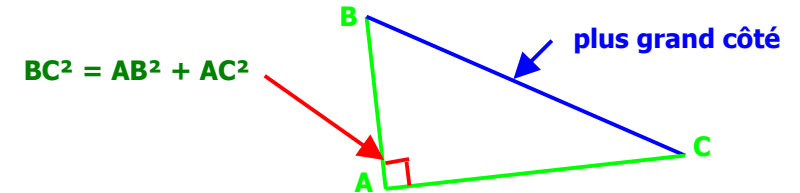
3. Avec la réciproque du théorème de Pythagore

P₁₇ Si dans un triangle ABC, $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (BC étant la longueur du plus grand côté) alors **ce triangle est rectangle en A.**



3. Avec la réciproque du théorème de Pythagore

P₁₇ Si dans un triangle ABC, $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (BC étant la longueur du plus grand côté) alors **ce triangle est rectangle en A.**

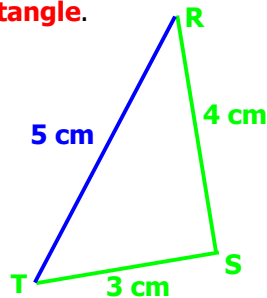


Exemple : Démontrer que **le triangle RST est rectangle.**

Dans le triangle RST, [RT] est le plus long côté.

$$\begin{array}{l|l} RT^2 = 5^2 & ST^2 + SR^2 = 3^2 + 4^2 \\ RT^2 = 25 & ST^2 + SR^2 = 9 + 16 \\ & ST^2 + SR^2 = 25 \end{array}$$

$$RT^2 = ST^2 + SR^2$$



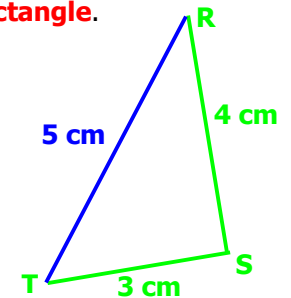
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle RST est rectangle en S.**

Exemple : Démontrer que **le triangle RST est rectangle.**

Dans le triangle RST, [RT] est le plus long côté.

$$\begin{array}{l|l} RT^2 = 5^2 & ST^2 + SR^2 = 3^2 + 4^2 \\ RT^2 = 25 & ST^2 + SR^2 = 9 + 16 \\ & ST^2 + SR^2 = 25 \end{array}$$

$$RT^2 = ST^2 + SR^2$$



D'après la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle RST est rectangle en S.**

Comment démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle ?

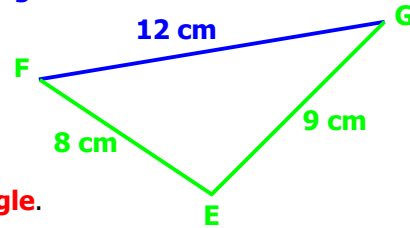
Exemple : **Démontrer** que **le triangle EFG n'est pas rectangle**.

Dans le triangle EFG, **[FG] est le plus long côté**.

$$\begin{array}{l|l} FG^2 = 12^2 & EF^2 + EG^2 = 8^2 + 9^2 \\ FG^2 = 144 & EF^2 + EG^2 = 64 + 81 \\ & EF^2 + EG^2 = 145 \end{array}$$

$$FG^2 \neq EF^2 + EG^2$$

donc **le triangle EFG n'est pas rectangle**.



Comment démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle ?

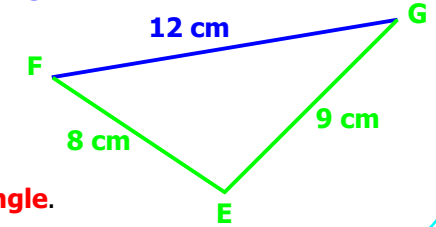
Exemple : **Démontrer** que **le triangle EFG n'est pas rectangle**.

Dans le triangle EFG, **[FG] est le plus long côté**.

$$\begin{array}{l|l} FG^2 = 12^2 & EF^2 + EG^2 = 8^2 + 9^2 \\ FG^2 = 144 & EF^2 + EG^2 = 64 + 81 \\ & EF^2 + EG^2 = 145 \end{array}$$

$$FG^2 \neq EF^2 + EG^2$$

donc **le triangle EFG n'est pas rectangle**.

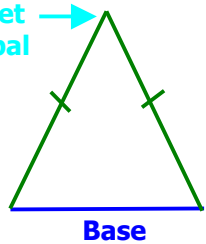


Comment démontrer qu'un triangle est isocèle ?

1. Avec les côtés

P₁₈ Si un triangle a deux côtés égaux alors **il est isocèle**.

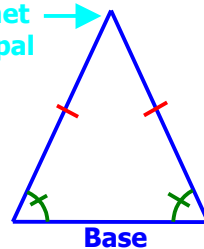
Sommet principal →



2. Avec les angles

P₁₉ Si un triangle a deux angles égaux alors **il est isocèle**.

Sommet principal →

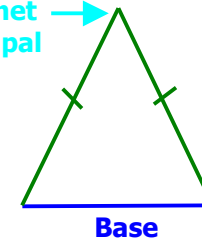


Comment démontrer qu'un triangle est isocèle ?

1. Avec les côtés

P₁₈ Si un triangle a deux côtés égaux alors **il est isocèle**.

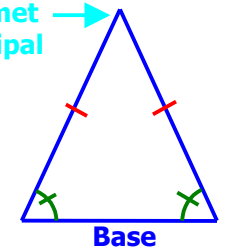
Sommet principal →



2. Avec les angles

P₁₉ Si un triangle a deux angles égaux alors **il est isocèle**.

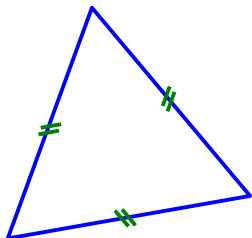
Sommet principal →



Comment démontrer qu'un triangle est équilatéral ?

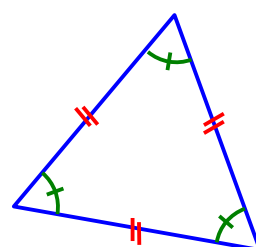
1. Avec les côtés

P₂₀ Si un triangle a trois côtés égaux alors **il est équilatéral**.



2. Avec les angles

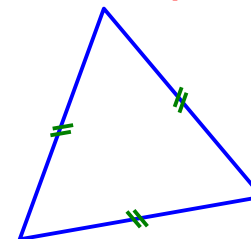
P₂₁ Si un triangle a trois angles égaux alors **il est équilatéral**.



Comment démontrer qu'un triangle est équilatéral ?

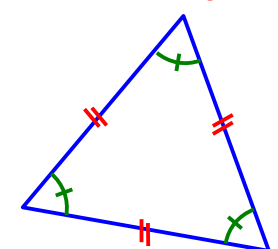
1. Avec les côtés

P₂₀ Si un triangle a trois côtés égaux alors **il est équilatéral**.



2. Avec les angles

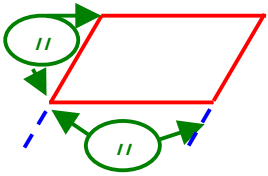
P₂₁ Si un triangle a trois angles égaux alors **il est équilatéral**.



Comment démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme ?

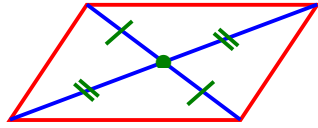
1. Avec la définition

P₂₂ Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles alors **c'est un parallélogramme.**



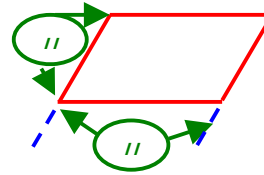
2. Avec les diagonales

P₂₃ Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu alors **c'est un parallélogramme.**



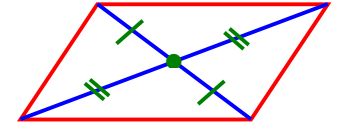
1. Avec la définition

P₂₂ Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles alors **c'est un parallélogramme.**



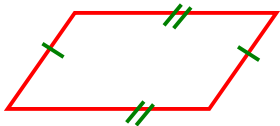
2. Avec les diagonales

P₂₃ Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu alors **c'est un parallélogramme.**



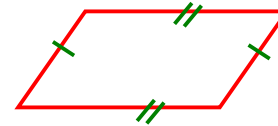
3. Avec les côtés opposés

P₂₄ Si un quadrilatère a ses côtés opposés de même longueur alors **c'est un parallélogramme.**

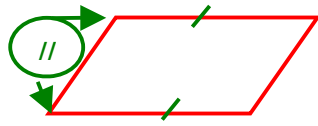


3. Avec les côtés opposés

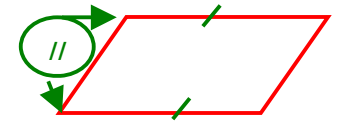
P₂₄ Si un quadrilatère a ses côtés opposés de même longueur alors **c'est un parallélogramme.**



P₂₅ Si un quadrilatère (non croisé) a 2 côtés opposés parallèles et de même longueur alors **c'est un parallélogramme.**

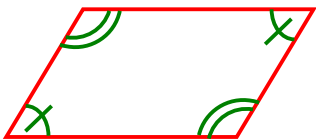


P₂₅ Si un quadrilatère (non croisé) a 2 côtés opposés parallèles et de même longueur alors **c'est un parallélogramme.**



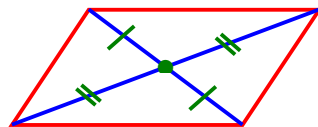
4. Avec les angles

P₂₆ Si un quadrilatère a ses angles opposés égaux alors **c'est un parallélogramme.**



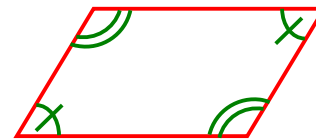
5. Avec un centre de symétrie

P₂₇ Si un quadrilatère a un centre de symétrie alors **c'est un parallélogramme.**



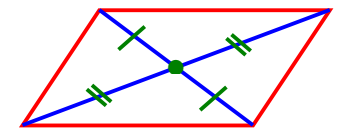
4. Avec les angles

P₂₆ Si un quadrilatère a ses angles opposés égaux alors **c'est un parallélogramme.**



5. Avec un centre de symétrie

P₂₇ Si un quadrilatère a un centre de symétrie alors **c'est un parallélogramme.**



Comment démontrer qu'un ...
est un rectangle ?

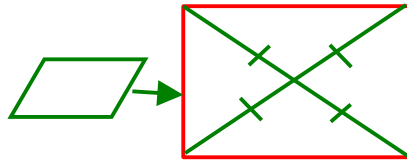
1. Avec la définition

P₂₈ Si un quadrilatère a
trois angles droits
alors c'est un rectangle.



2. Avec les diagonales

P₂₉ Si un parallélogramme a ses
diagonales de même longueur
alors c'est un rectangle.



Comment démontrer qu'un ...
est un rectangle ?

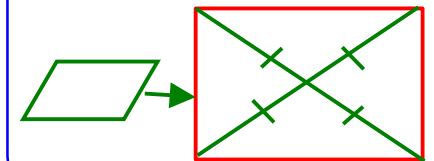
1. Avec la définition

P₂₈ Si un quadrilatère a
trois angles droits
alors c'est un rectangle.



2. Avec les diagonales

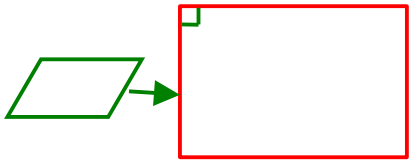
P₂₉ Si un parallélogramme a ses
diagonales de même longueur
alors c'est un rectangle.



Comment démontrer qu'un ...
est un losange ?

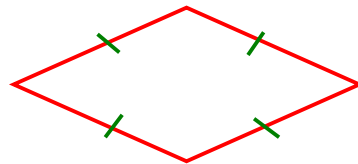
3. Avec un angle droit

P₃₀ Si un parallélogramme
a un angle droit
alors c'est un rectangle.



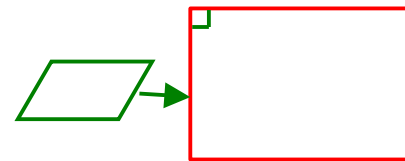
1. Avec la définition

P₃₁ Si un quadrilatère a
quatre côtés de même longueur
alors c'est un losange.



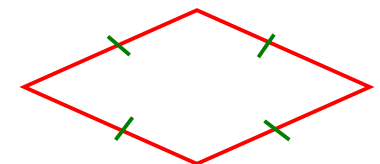
3. Avec un angle droit

P₃₀ Si un parallélogramme
a un angle droit
alors c'est un rectangle.



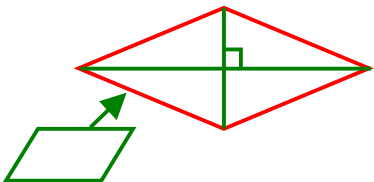
1. Avec la définition

P₃₁ Si un quadrilatère a
quatre côtés de même longueur
alors c'est un losange.



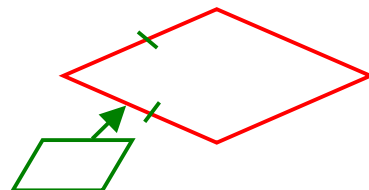
2. Avec les diagonales

P₃₂ Si un parallélogramme a
ses diagonales perpendiculaires
alors c'est un losange.



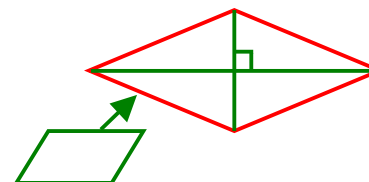
3. Avec les côtés

P₃₃ Si un parallélogramme a
deux côtés consécutifs
de même longueur
alors c'est un losange.



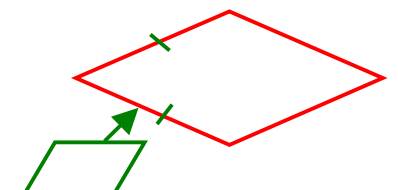
2. Avec les diagonales

P₃₂ Si un parallélogramme a
ses diagonales perpendiculaires
alors c'est un losange.



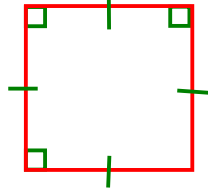
3. Avec les côtés

P₃₃ Si un parallélogramme a
deux côtés consécutifs
de même longueur
alors c'est un losange.



Comment démontrer qu'un quadrilatère est un carré ?

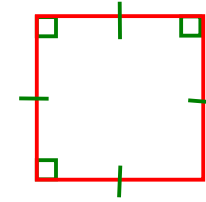
P₃₄ Si un quadrilatère est à la fois un rectangle et un losange alors **c'est un carré.**



Remarque :
Cela revient à démontrer que le quadrilatère a 3 angles droits et 4 côtés de même longueur.

Comment démontrer qu'un quadrilatère est un carré ?

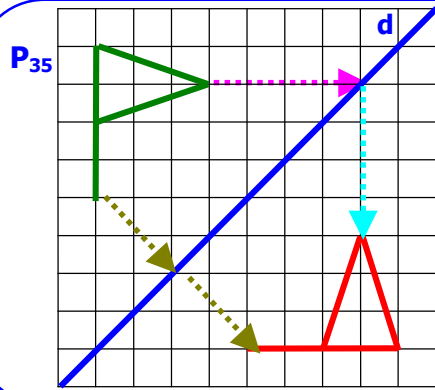
P₃₄ Si un quadrilatère est à la fois un rectangle et un losange alors **c'est un carré.**



Remarque :
Cela revient à démontrer que le quadrilatère a 3 angles droits et 4 côtés de même longueur.

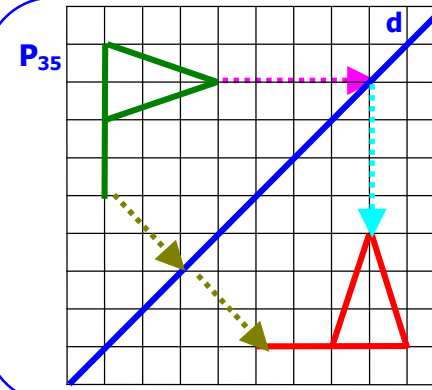
Comment construire l'image d'une figure par une transformation ?

1. Par une symétrie axiale



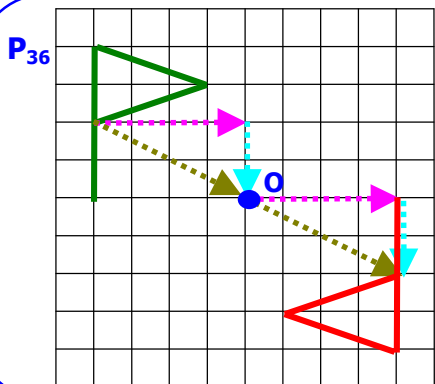
Construire **l'image du drapeau vert** par **la symétrie d'axe d.**
Avec les lignes **horizontales** et **verticales** : **4 carreaux vers la droite jusqu'à d** puis **4 carreaux vers le bas.**
ou
Avec **les diagonales** : **diagonale de 2 carreaux sur 2 jusqu'à d** et **on recommence.**
↻ **Symétrie axiale** → **pliage**

1. Par une symétrie axiale



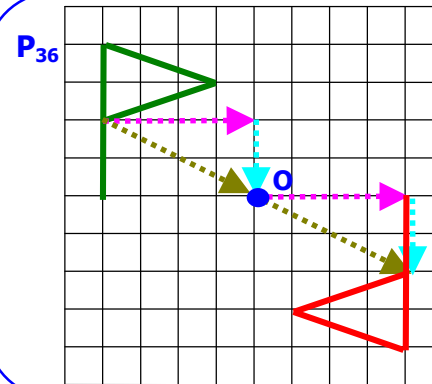
Construire **l'image du drapeau vert** par **la symétrie d'axe d.**
Avec les lignes **horizontales** et **verticales** : **4 carreaux vers la droite jusqu'à d** puis **4 carreaux vers le bas.**
ou
Avec **les diagonales** : **diagonale de 2 carreaux sur 2 jusqu'à d** et **on recommence.**
↻ **Symétrie axiale** → **pliage**

2. Par une symétrie centrale



Construire **l'image du drapeau vert** par **la symétrie de centre O.**
Avec les lignes **horizontales** et **verticales** : **4 carreaux vers la droite** et **2 carreaux vers le bas jusqu'à O** et **on recommence.**
ou
Avec **les diagonales** : **diagonale de 4 carreaux sur 2 jusqu'à O** et **on recommence.**
↻ **Symétrie centrale** → **demi-tour**

2. Par une symétrie centrale

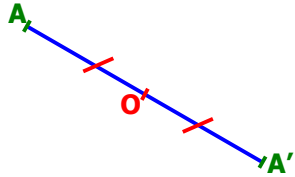


Construire **l'image du drapeau vert** par **la symétrie de centre O.**
Avec les lignes **horizontales** et **verticales** : **4 carreaux vers la droite** et **2 carreaux vers le bas jusqu'à O** et **on recommence.**
ou
Avec **les diagonales** : **diagonale de 4 carreaux sur 2 jusqu'à O** et **on recommence.**
↻ **Symétrie centrale** → **demi-tour**

Comment démontrer qu'un point est le milieu d'un segment ?

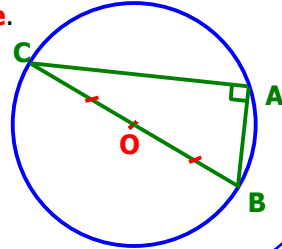
1. Avec la symétrie centrale

P₃₇ Si deux points A et A' sont symétriques par rapport à O alors O est le milieu de [AA'].



2. Avec le centre d'un cercle

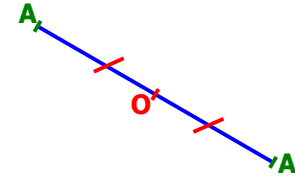
P₃₈ Si un triangle est rectangle alors le centre de son cercle circonscrit est le milieu de son hypoténuse.



Comment démontrer qu'un point est le milieu d'un segment ?

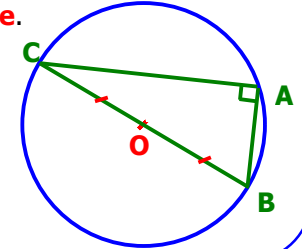
1. Avec la symétrie centrale

P₃₇ Si deux points A et A' sont symétriques par rapport à O alors O est le milieu de [AA'].



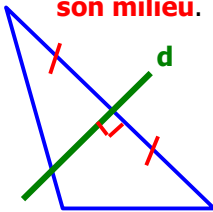
2. Avec le centre d'un cercle

P₃₈ Si un triangle est rectangle alors le centre de son cercle circonscrit est le milieu de son hypoténuse.

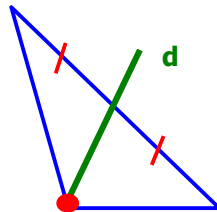


3. Avec les droites remarquables du triangle

P₃₉ Si une droite est la médiatrice d'un segment alors elle est perpendiculaire à ce segment et elle passe par son milieu.

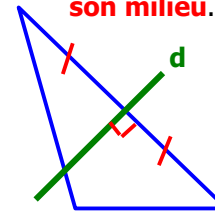


P₄₀ Si dans un triangle une droite est une médiane alors elle passe par un sommet et par le milieu du côté opposé.

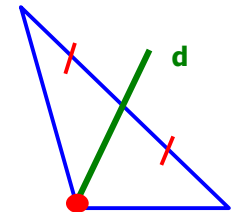


3. Avec les droites remarquables du triangle

P₃₉ Si une droite est la médiatrice d'un segment alors elle est perpendiculaire à ce segment et elle passe par son milieu.

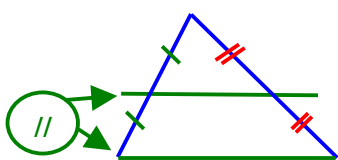


P₄₀ Si dans un triangle une droite est une médiane alors elle passe par un sommet et par le milieu du côté opposé.



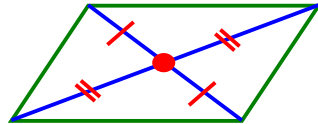
4. Avec un milieu et une parallèle

P₄₁ Si dans un triangle une droite passe par le milieu d'un côté et si elle est parallèle à un 2^{ème} côté alors elle passe par le milieu du 3^{ème} côté.



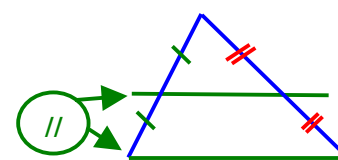
5. Avec un parallélogramme

P₄₂ Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses diagonales se coupent en leur milieu.



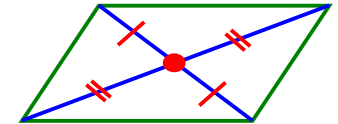
4. Avec un milieu et une parallèle

P₄₁ Si dans un triangle une droite passe par le milieu d'un côté et si elle est parallèle à un 2^{ème} côté alors elle passe par le milieu du 3^{ème} côté.



5. Avec un parallélogramme

P₄₂ Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses diagonales se coupent en leur milieu.

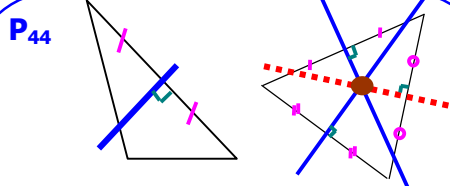
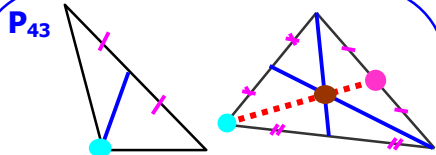


Comment démontrer qu'une droite est médiane, médiatrice bissectrice ou hauteur ?

1. Médiane

2. Médiatrice

Une **médiane** et une **médiatrice** passent par un **milieu** : leur nom contient "**média**"



- On montre qu'elle passe par un **sommet** et par le **milieu** d'un côté.
ou
- On montre qu'elle passe par le **milieu** d'un côté et par le **point d'intersection** de **2 médianes**.
ou
- On montre qu'elle passe par un **sommet** et par le **point d'intersection** de **2 médianes**.

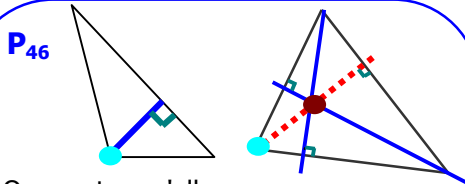
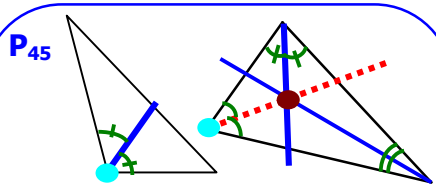
- On montre qu'elle passe par le **milieu** d'un côté et qu'elle est **perpendiculaire** à ce côté.
ou
- On montre qu'elle passe par le **milieu** d'un côté et par le **point d'intersection** de **2 médiatrices**.
ou
- On montre qu'elle est **perpendiculaire** à un côté et qu'elle passe par le **point d'intersection** de **2 médiatrices**.

3. Bissectrice d'un angle

4. Hauteur

Une **bissectrice** partage un angle en **2 angles égaux** : son nom contient "**bi**" qui veut dire **deux**.

Une **hauteur** : c'est l'exception, pas de moyen mnémotechnique ! 😞



- On montre qu'elle passe par un **sommet** et qu'elle partage l'angle en **2 angles égaux**.
ou
- On montre qu'elle passe par un **sommet** et par le **point d'intersection** de **2 bissectrices**.

- On montre qu'elle passe par un **sommet** et qu'elle est **perpendiculaire** au côté opposé.
ou
- On montre qu'elle passe par un **sommet** et par le **point d'intersection** de **2 hauteurs**.
ou
- On montre qu'elle est **perpendiculaire** à un côté et qu'elle passe par le **point d'intersection** de **2 hauteurs**.

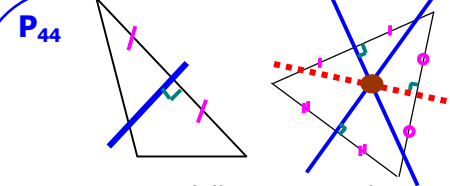
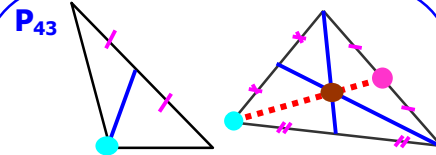
Pas de 3^{ème} possibilité !

Comment démontrer qu'une droite est médiane, médiatrice bissectrice ou hauteur ?

1. Médiane

2. Médiatrice

Une **médiane** et une **médiatrice** passent par un **milieu** : leur nom contient "**média**"



- On montre qu'elle passe par un **sommet** et par le **milieu** d'un côté.
ou
- On montre qu'elle passe par le **milieu** d'un côté et par le **point d'intersection** de **2 médianes**.
ou
- On montre qu'elle passe par un **sommet** et par le **point d'intersection** de **2 médianes**.

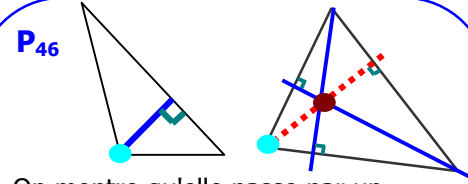
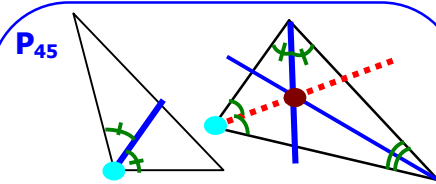
- On montre qu'elle passe par le **milieu** d'un côté et qu'elle est **perpendiculaire** à ce côté.
ou
- On montre qu'elle passe par le **milieu** d'un côté et par le **point d'intersection** de **2 médiatrices**.
ou
- On montre qu'elle est **perpendiculaire** à un côté et qu'elle passe par le **point d'intersection** de **2 médiatrices**.

3. Bissectrice d'un angle

4. Hauteur

Une **bissectrice** partage un angle en **2 angles égaux** : son nom contient "**bi**" qui veut dire **deux**.

Une **hauteur** : c'est l'exception, pas de moyen mnémotechnique ! 😞



- On montre qu'elle passe par un **sommet** et qu'elle partage l'angle en **2 angles égaux**.
ou
- On montre qu'elle passe par un **sommet** et par le **point d'intersection** de **2 bissectrices**.

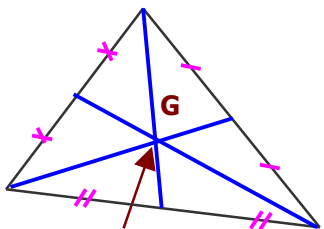
- On montre qu'elle passe par un **sommet** et qu'elle est **perpendiculaire** au côté opposé.
ou
- On montre qu'elle passe par un **sommet** et par le **point d'intersection** de **2 hauteurs**.
ou
- On montre qu'elle est **perpendiculaire** à un côté et qu'elle passe par le **point d'intersection** de **2 hauteurs**.

Pas de 3^{ème} possibilité !

Comment montrer qu'un point est un point particulier d'un triangle ?

1. Centre de gravité

P₄₇ On montre que c'est **le point d'intersection** de 2 médianes.

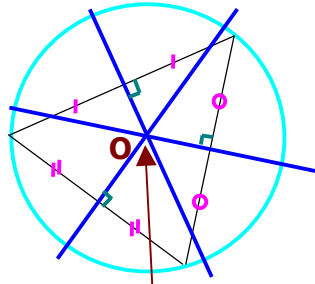


Centre de gravité



2. Centre du cercle circonscrit

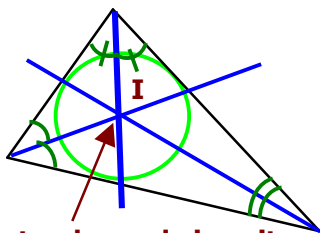
P₄₈ On montre que c'est **le point d'intersection** de 2 médiatrices.



Centre du cercle circonscrit
(cercle autour du triangle)

3. Centre du cercle inscrit

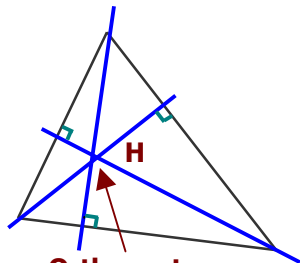
P₄₉ On montre que c'est **le point d'intersection** de 2 bissectrices.



Centre du cercle inscrit
(cercle à l'intérieur du triangle)

4. Orthocentre

P₅₀ On montre que c'est **le point d'intersection** de 2 hauteurs.



Orthocentre

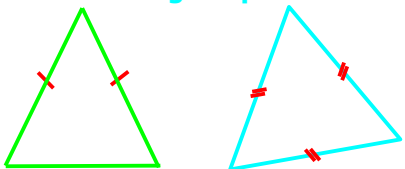
Comment démontrer que deux segments ont la même longueur ?

1. Avec un triangle

P₅₁ On montre qu'ils sont des **côtés** d'un **triangle isocèle**.

ou

On montre qu'ils sont les **côtés** d'un **triangle équilatéral**.

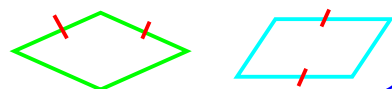


2. Avec un quadrilatère

P₅₂ On montre qu'ils sont des **côtés consécutifs** d'un **cerf-volant**, d'un **losange** ou d'un **carré**.

ou

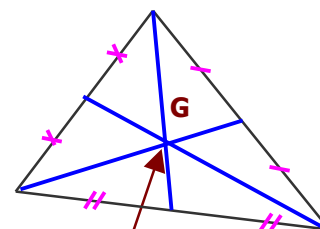
On montre qu'ils sont des **côtés opposés** d'un **parallélogramme**, d'un **rectangle**, d'un **losange** ou d'un **carré**.



Comment montrer qu'un point est un point particulier d'un triangle ?

1. Centre de gravité

P₄₇ On montre que c'est **le point d'intersection** de 2 médianes.

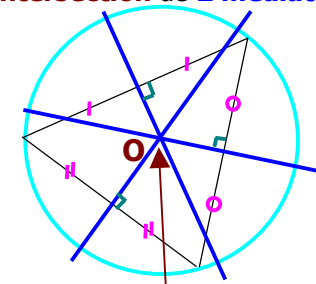


Centre de gravité



2. Centre du cercle circonscrit

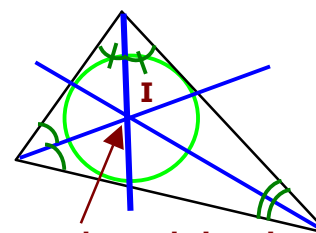
P₄₈ On montre que c'est **le point d'intersection** de 2 médiatrices.



Centre du cercle circonscrit
(cercle autour du triangle)

3. Centre du cercle inscrit

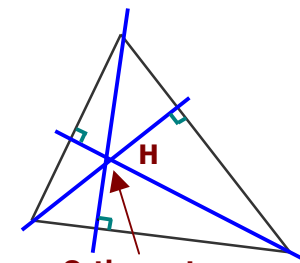
P₄₉ On montre que c'est **le point d'intersection** de 2 bissectrices.



Centre du cercle inscrit
(cercle à l'intérieur du triangle)

4. Orthocentre

P₅₀ On montre que c'est **le point d'intersection** de 2 hauteurs.



Orthocentre

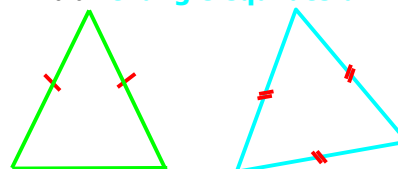
Comment démontrer que deux segments ont la même longueur ?

1. Avec un triangle

P₅₁ On montre qu'ils sont des **côtés** d'un **triangle isocèle**.

ou

On montre qu'ils sont les **côtés** d'un **triangle équilatéral**.

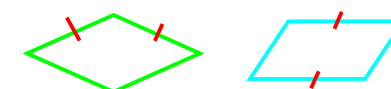


2. Avec un quadrilatère

P₅₂ On montre qu'ils sont des **côtés consécutifs** d'un **cerf-volant**, d'un **losange** ou d'un **carré**.

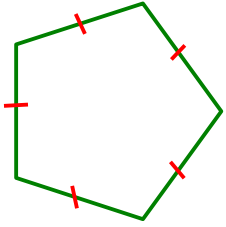
ou

On montre qu'ils sont des **côtés opposés** d'un **parallélogramme**, d'un **rectangle**, d'un **losange** ou d'un **carré**.



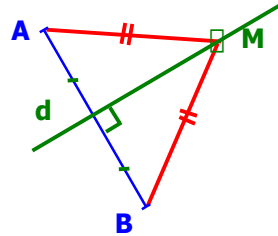
3. Avec un polygone régulier

P₅₃ Si un polygone est régulier alors tous ses côtés sont de même longueur.



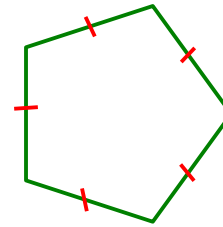
4. Avec une médiatrice

P₅₄ Si un point appartient à la médiatrice d'un segment alors il est à la même distance des extrémités du segment.



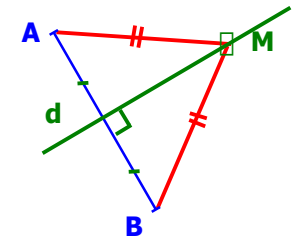
3. Avec un polygone régulier

P₅₃ Si un polygone est régulier alors tous ses côtés sont de même longueur.



4. Avec une médiatrice

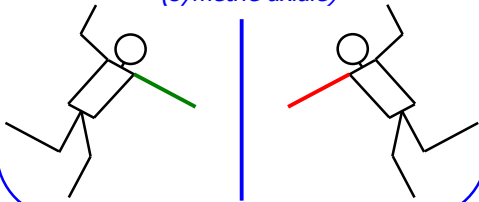
P₅₄ Si un point appartient à la médiatrice d'un segment alors il est à la même distance des extrémités du segment.



5. Avec une transformation

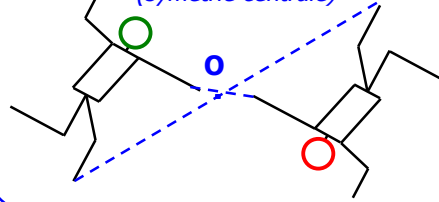
P₅₅ L'image d'un segment par une transformation (symétrie axiale ou centrale) est un segment de même longueur.

(symétrie axiale)



P₅₆ L'image d'un cercle par une transformation (symétrie axiale ou centrale) est un cercle de même rayon.

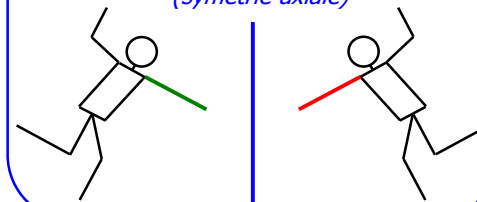
(symétrie centrale)



5. Avec une transformation

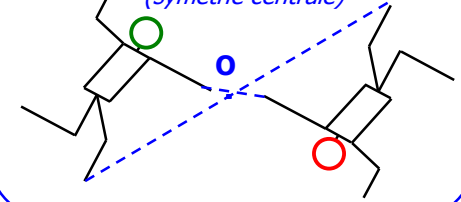
P₅₅ L'image d'un segment par une transformation (symétrie axiale ou centrale) est un segment de même longueur.

(symétrie axiale)



P₅₆ L'image d'un cercle par une transformation (symétrie axiale ou centrale) est un cercle de même rayon.

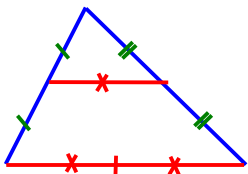
(symétrie centrale)



Comment calculer la longueur d'un segment ?

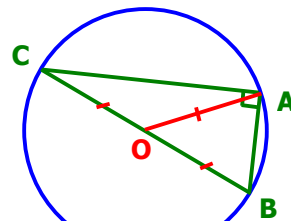
1. Avec 2 milieux

P₅₇ Si dans un triangle un segment a pour extrémités les milieux de 2 côtés alors il a pour longueur la moitié du 3^{ème} côté.



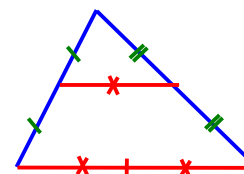
2. Avec une médiane

P₅₈ Si un triangle est rectangle alors la médiane issue de l'angle droit a pour longueur la moitié de l'hypoténuse.



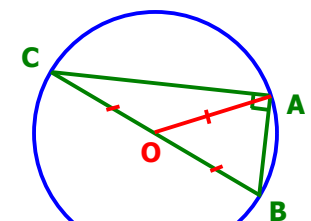
1. Avec 2 milieux

P₅₇ Si dans un triangle un segment a pour extrémités les milieux de 2 côtés alors il a pour longueur la moitié du 3^{ème} côté.



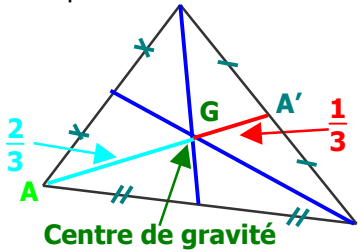
2. Avec une médiane

P₅₈ Si un triangle est rectangle alors la médiane issue de l'angle droit a pour longueur la moitié de l'hypoténuse.



3. Avec un centre de gravité

P₅₉ Le centre de gravité est situé au $\frac{1}{3}$ de chaque médiane à partir du milieu d'un côté.



Exemple : Calculer GA' et GA sachant que $AA' = 6$ cm.

G est situé au $\frac{1}{3}$ de AA' à partir de A' :

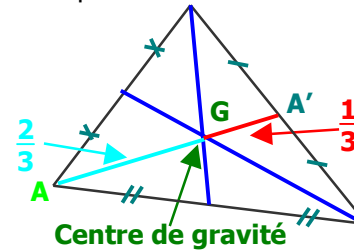
$$GA' = \frac{1}{3} \times 6 = \frac{1 \times 2 \times \cancel{3}}{\cancel{3}} = \boxed{2 \text{ cm}}$$

G est situé aux $\frac{2}{3}$ de AA' à partir de A :

$$GA = \frac{2}{3} \times 6 = \frac{2 \times 2 \times \cancel{3}}{\cancel{3}} = \boxed{4 \text{ cm}}$$

3. Avec un centre de gravité

P₅₉ Le centre de gravité est situé au $\frac{1}{3}$ de chaque médiane à partir du milieu d'un côté.



Exemple : Calculer GA' et GA sachant que $AA' = 6$ cm.

G est situé au $\frac{1}{3}$ de AA' à partir de A' :

$$GA' = \frac{1}{3} \times 6 = \frac{1 \times 2 \times \cancel{3}}{\cancel{3}} = \boxed{2 \text{ cm}}$$

G est situé aux $\frac{2}{3}$ de AA' à partir de A :

$$GA = \frac{2}{3} \times 6 = \frac{2 \times 2 \times \cancel{3}}{\cancel{3}} = \boxed{4 \text{ cm}}$$

4. Avec la propriété de Thalès

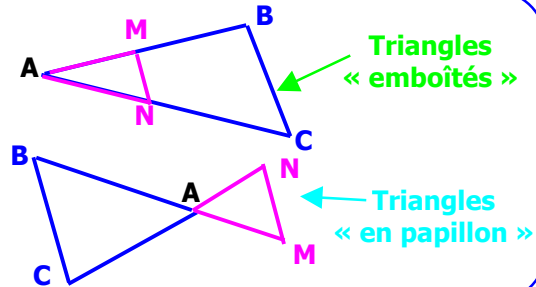
P₆₀

Si dans les triangles AMN et ABC :

- A, M et B sont alignés ;
- A, N et C sont alignés ;
- (MN) et (BC) sont parallèles.

alors

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$



4. Avec la propriété de Thalès

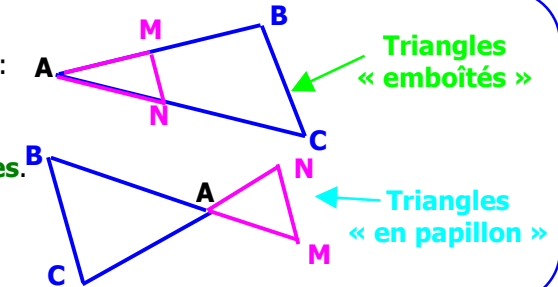
P₆₀

Si dans les triangles AMN et ABC :

- A, M et B sont alignés ;
- A, N et C sont alignés ;
- (MN) et (BC) sont parallèles.

alors

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$



Exemple :

$SJ = 5$ cm ; $SK = 4$ cm ;
 $SP = 7$ cm ; $RP = 3,5$ cm ;
 (JK) et (RP) sont parallèles.

Calculer JK et RS .

- Dans les triangles SJK et SRP :
- J, S et P sont alignés ;
 - K, S et R sont alignés ;
 - (JK) et (RP) sont parallèles.

alors $\frac{SJ}{SP} = \frac{SK}{SR} = \frac{JK}{RP}$ soit encore $\frac{5}{7} = \frac{4}{SR} = \frac{JK}{3,5}$

Calcul de JK :

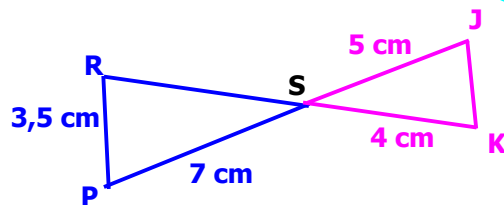
$$\frac{5}{7} = \frac{JK}{3,5}$$

donc $JK = \frac{5 \times 3,5}{7} = \boxed{2,5 \text{ cm}}$

Calcul de RS :

$$\frac{5}{7} = \frac{4}{SR}$$

donc $RS = \frac{4 \times 7}{5} = \boxed{5,6 \text{ cm}}$



Exemple :

$SJ = 5$ cm ; $SK = 4$ cm ;
 $SP = 7$ cm ; $RP = 3,5$ cm ;
 (JK) et (RP) sont parallèles.

Calculer JK et RS .

- Dans les triangles SJK et SRP :
- J, S et P sont alignés ;
 - K, S et R sont alignés ;
 - (JK) et (RP) sont parallèles.

alors $\frac{SJ}{SP} = \frac{SK}{SR} = \frac{JK}{RP}$ soit encore $\frac{5}{7} = \frac{4}{SR} = \frac{JK}{3,5}$

Calcul de JK :

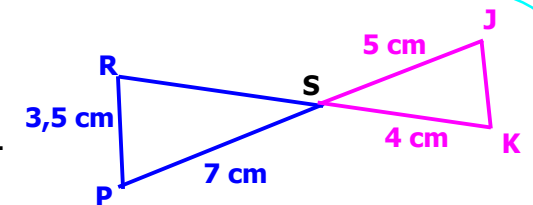
$$\frac{5}{7} = \frac{JK}{3,5}$$

donc $JK = \frac{5 \times 3,5}{7} = \boxed{2,5 \text{ cm}}$

Calcul de RS :

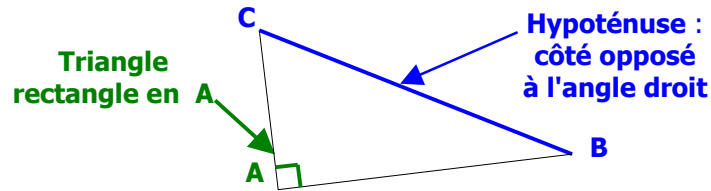
$$\frac{5}{7} = \frac{4}{SR}$$

donc $RS = \frac{4 \times 7}{5} = \boxed{5,6 \text{ cm}}$



5. Avec le théorème de Pythagore

P₆₁ Si ABC est un triangle rectangle en A alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$.



Remarque : On a aussi $AB^2 = BC^2 - AC^2$ et $AC^2 = BC^2 - AB^2$

Vérifications à envisager :

- On peut vérifier **en mesurant sur le dessin** (lorsqu'il est fait en vraie grandeur).
- **L'hypoténuse** doit être **plus longue** que **les côtés de l'angle droit**.

Exemple : Calculer la longueur de **l'hypoténuse**

Calculer **RT** (**valeur exacte** et **valeur arrondie à 1 mm près**).

Dans le triangle RST rectangle en S, d'après le théorème de Pythagore :

$$RT^2 = SR^2 + ST^2$$

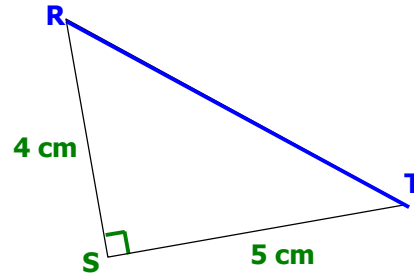
$$RT^2 = 4^2 + 5^2$$

$$RT^2 = 16 + 25$$

$$RT^2 = 41$$

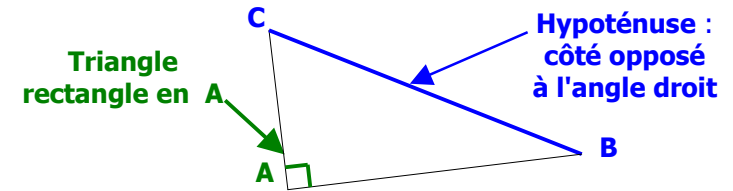
$$RT = \sqrt{41} \text{ cm} \quad \text{valeur exacte}$$

$$RT \approx 6,4 \text{ cm} \quad \text{valeur arrondie à 1 mm près}$$



5. Avec le théorème de Pythagore

P₆₁ Si ABC est un triangle rectangle en A alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$.



Remarque : On a aussi $AB^2 = BC^2 - AC^2$ et $AC^2 = BC^2 - AB^2$

Vérifications à envisager :

- On peut vérifier **en mesurant sur le dessin** (lorsqu'il est fait en vraie grandeur).
- **L'hypoténuse** doit être **plus longue** que **les côtés de l'angle droit**.

Exemple : Calculer la longueur de **l'hypoténuse**

Calculer **RT** (**valeur exacte** et **valeur arrondie à 1 mm près**).

Dans le triangle RST rectangle en S, d'après le théorème de Pythagore :

$$RT^2 = SR^2 + ST^2$$

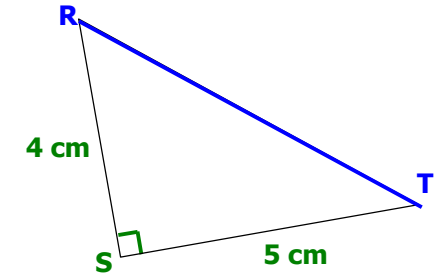
$$RT^2 = 4^2 + 5^2$$

$$RT^2 = 16 + 25$$

$$RT^2 = 41$$

$$RT = \sqrt{41} \text{ cm} \quad \text{valeur exacte}$$

$$RT \approx 6,4 \text{ cm} \quad \text{valeur arrondie à 1 mm près}$$



Exemple : Calculer la longueur d'**un côté de l'angle droit**

Calculer **JK** (**valeur exacte** et **valeur arrondie à 1 mm près**).

Dans le triangle IJK rectangle en J, d'après le théorème de Pythagore :

$$JK^2 = IK^2 - JI^2$$

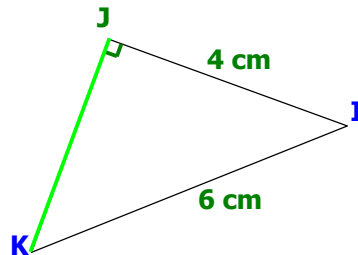
$$JK^2 = 6^2 - 4^2$$

$$JK^2 = 36 - 16$$

$$JK^2 = 20$$

$$JK = \sqrt{20} \text{ cm} \quad \text{valeur exacte}$$

$$JK \approx 4,5 \text{ cm} \quad \text{valeur arrondie à 1 mm près}$$



Exemple : Calculer la longueur d'**un côté de l'angle droit**

Calculer **JK** (**valeur exacte** et **valeur arrondie à 1 mm près**).

Dans le triangle IJK rectangle en J, d'après le théorème de Pythagore :

$$JK^2 = IK^2 - JI^2$$

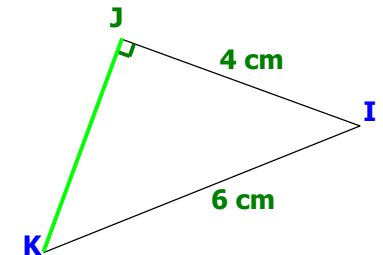
$$JK^2 = 6^2 - 4^2$$

$$JK^2 = 36 - 16$$

$$JK^2 = 20$$

$$JK = \sqrt{20} \text{ cm} \quad \text{valeur exacte}$$

$$JK \approx 4,5 \text{ cm} \quad \text{valeur arrondie à 1 mm près}$$



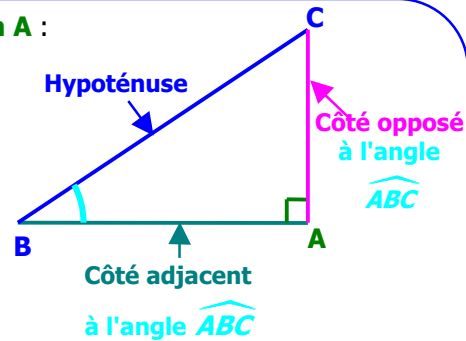
6. Avec la trigonométrie : SOHCAHTOA

P₆₂ Dans le triangle ABC rectangle en A :

SOH $\sin \widehat{ABC} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AC}{BC}$

CAH $\cos \widehat{ABC} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AB}{BC}$

TOA $\tan \widehat{ABC} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} = \frac{AC}{AB}$



Remarque : Pour tout angle aigu \widehat{ABC} :

$$0 < \sin \widehat{ABC} < 1 \quad 0 < \cos \widehat{ABC} < 1 \quad 0 < \tan \widehat{ABC}$$



Penser à régler la calculatrice sur le mode degrés : DEG

Exemple : Calculer la longueur de l'**hypoténuse**

Calculer BT (**valeur exacte** et **valeur arrondie au dixième**).

On connaît le **côté opposé**, on cherche l'**hypoténuse** donc on utilise : **SOH**

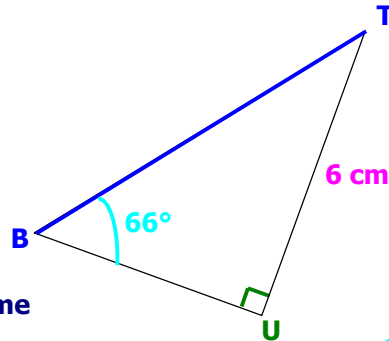
Dans le triangle BUT rectangle en U :

$$\sin \widehat{UBT} = \frac{UT}{BT} \text{ soit encore } \frac{\sin 66^\circ}{1} = \frac{6}{BT}$$

$$BT = \frac{6 \times 1}{\sin 66^\circ}$$

$$BT = \frac{6}{\sin 66^\circ} \text{ cm} \quad \text{valeur exacte}$$

$$BT \approx \boxed{6,6 \text{ cm}} \quad \text{valeur arrondie au dixième}$$



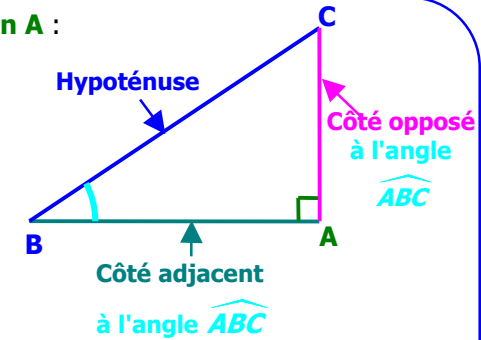
6. Avec la trigonométrie : SOHCAHTOA

P₆₂ Dans le triangle ABC rectangle en A :

SOH $\sin \widehat{ABC} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AC}{BC}$

CAH $\cos \widehat{ABC} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AB}{BC}$

TOA $\tan \widehat{ABC} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} = \frac{AC}{AB}$



Remarque : Pour tout angle aigu \widehat{ABC} :

$$0 < \sin \widehat{ABC} < 1 \quad 0 < \cos \widehat{ABC} < 1 \quad 0 < \tan \widehat{ABC}$$



Penser à régler la calculatrice sur le mode degrés : DEG

Exemple : Calculer la longueur de l'**hypoténuse**

Calculer BT (**valeur exacte** et **valeur arrondie au dixième**).

On connaît le **côté opposé**, on cherche l'**hypoténuse** donc on utilise : **SOH**

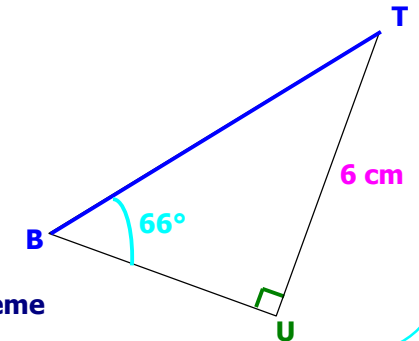
Dans le triangle BUT rectangle en U :

$$\sin \widehat{UBT} = \frac{UT}{BT} \text{ soit encore } \frac{\sin 66^\circ}{1} = \frac{6}{BT}$$

$$BT = \frac{6 \times 1}{\sin 66^\circ}$$

$$BT = \frac{6}{\sin 66^\circ} \text{ cm} \quad \text{valeur exacte}$$

$$BT \approx \boxed{6,6 \text{ cm}} \quad \text{valeur arrondie au dixième}$$



Exemple : Calculer la longueur d'**un côté de l'angle droit**

Calculer DE (**valeur exacte** et **valeur arrondie au dixième**).

On connaît le **côté adjacent**, on cherche le **côté opposé** donc on utilise : **TOA**

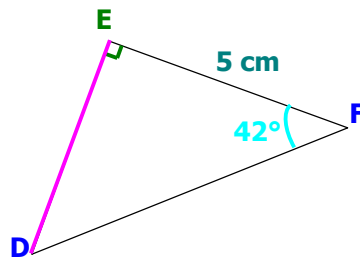
Dans le triangle DEF rectangle en E :

$$\tan \widehat{EFD} = \frac{DE}{EF} \text{ soit encore } \frac{\tan 42^\circ}{1} = \frac{DE}{5}$$

$$DE = \frac{5 \times \tan 42^\circ}{1}$$

$$DE = 5 \times \tan 42^\circ \text{ cm} \quad \text{valeur exacte}$$

$$DE \approx \boxed{4,5 \text{ cm}} \quad \text{valeur arrondie au dixième}$$



Exemple : Calculer la longueur d'**un côté de l'angle droit**

Calculer DE (**valeur exacte** et **valeur arrondie au dixième**).

On connaît le **côté adjacent**, on cherche le **côté opposé** donc on utilise : **TOA**

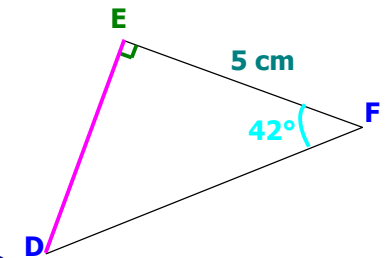
Dans le triangle DEF rectangle en E :

$$\tan \widehat{EFD} = \frac{DE}{EF} \text{ soit encore } \frac{\tan 42^\circ}{1} = \frac{DE}{5}$$

$$DE = \frac{5 \times \tan 42^\circ}{1}$$

$$DE = 5 \times \tan 42^\circ \text{ cm} \quad \text{valeur exacte}$$

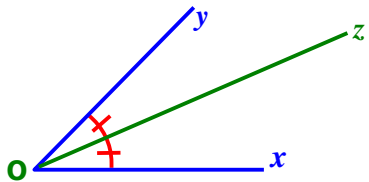
$$DE \approx \boxed{4,5 \text{ cm}} \quad \text{valeur arrondie au dixième}$$



Comment démontrer que deux angles ont la même mesure ?

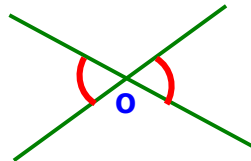
1. Avec une bissectrice

P₆₃ Si une droite ou une demi-droite est la bissectrice d'un angle alors **elle partage cet angle en deux angles égaux.**



2. Avec des angles opposés par le sommet

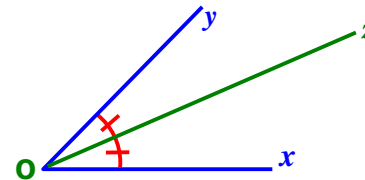
P₆₄ Si deux angles sont opposés par le sommet alors **ils sont égaux.**



Comment démontrer que deux angles ont la même mesure ?

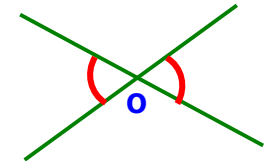
1. Avec une bissectrice

P₆₃ Si une droite ou une demi-droite est la bissectrice d'un angle alors **elle partage cet angle en deux angles égaux.**



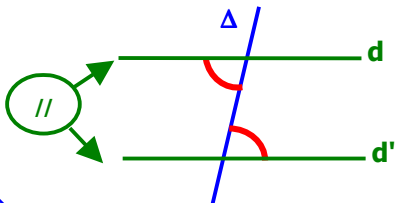
2. Avec des angles opposés par le sommet

P₆₄ Si deux angles sont opposés par le sommet alors **ils sont égaux.**

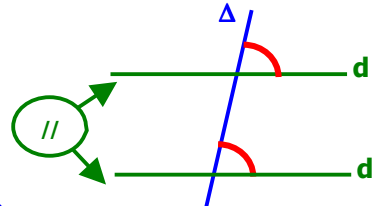


3. Avec des droites parallèles

P₆₅ Si deux droites parallèles et une sécante forment des angles alternes-internes alors **ils sont égaux.**

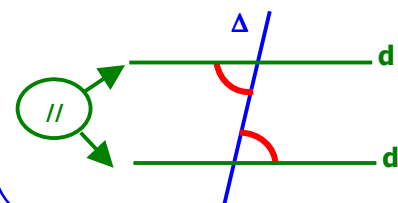


P₆₆ Si deux droites parallèles et une sécante forment des angles correspondants alors **ils sont égaux.**

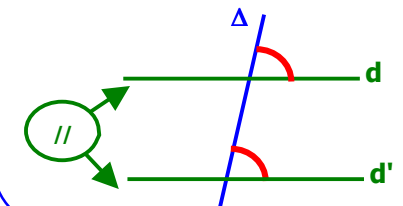


3. Avec des droites parallèles

P₆₅ Si deux droites parallèles et une sécante forment des angles alternes-internes alors **ils sont égaux.**

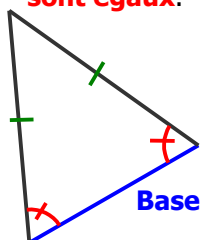


P₆₆ Si deux droites parallèles et une sécante forment des angles correspondants alors **ils sont égaux.**

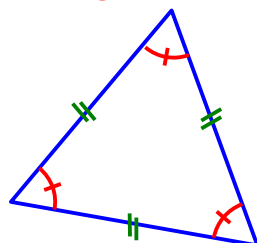


4. Avec des triangles particuliers

P₆₇ Si un triangle est isocèle alors **ses angles à la base sont égaux.**

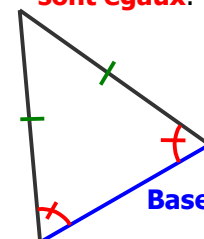


P₆₈ Si un triangle est équilatéral alors **ses trois angles sont égaux à 60°.**

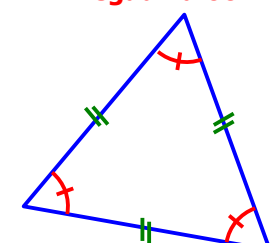


4. Avec des triangles particuliers

P₆₇ Si un triangle est isocèle alors **ses angles à la base sont égaux.**

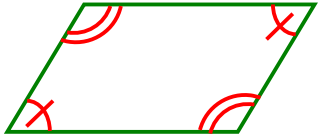


P₆₈ Si un triangle est équilatéral alors **ses trois angles sont égaux à 60°.**



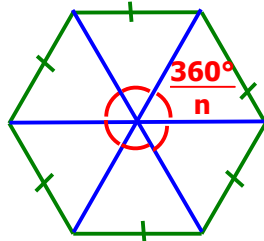
5. Avec un parallélogramme

P₆₉ Si un quadrilatère est un parallélogramme (un rectangle, un losange ou un carré) alors ses angles opposés sont égaux.



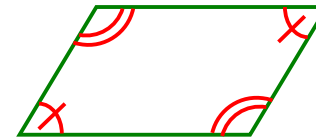
6. Avec un polygone régulier

P₇₀ Si un polygone à n côtés est régulier alors tous ses angles au centre sont égaux à $\frac{360^\circ}{n}$.



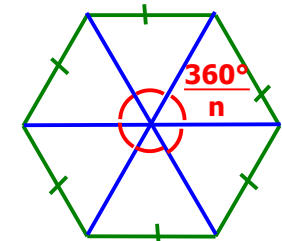
5. Avec un parallélogramme

P₆₉ Si un quadrilatère est un parallélogramme (un rectangle, un losange ou un carré) alors ses angles opposés sont égaux.



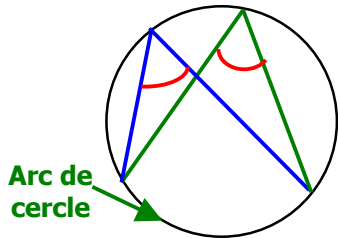
6. Avec un polygone régulier

P₇₀ Si un polygone à n côtés est régulier alors tous ses angles au centre sont égaux à $\frac{360^\circ}{n}$.



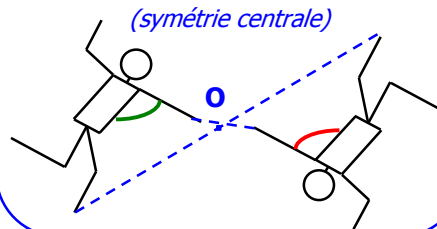
7. Avec un cercle

P₇₁ Si deux angles inscrits interceptent le même arc de cercle alors ils sont égaux.



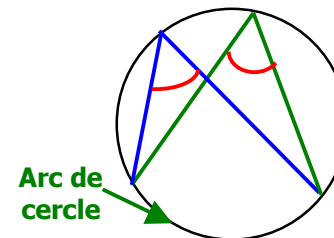
8. Avec une transformation

P₇₂ L'image d'un angle par une transformation (symétrie axiale ou centrale) est un angle de même mesure.



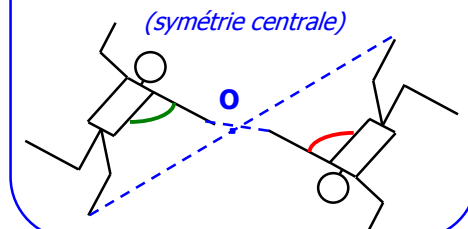
7. Avec un cercle

P₇₁ Si deux angles inscrits interceptent le même arc de cercle alors ils sont égaux.



8. Avec une transformation

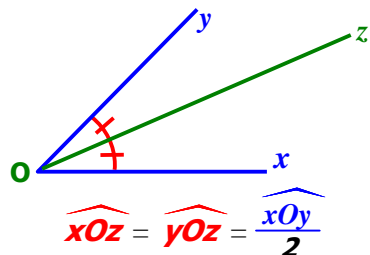
P₇₂ L'image d'un angle par une transformation (symétrie axiale ou centrale) est un angle de même mesure.



Comment calculer la mesure d'un angle ?

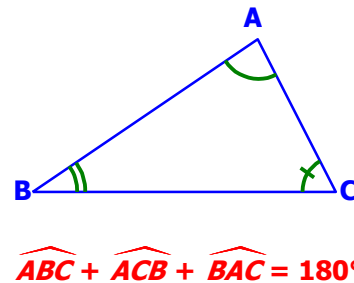
1. Avec une bissectrice

P₇₃ Si une droite ou une demi-droite est la bissectrice d'un angle alors elle partage cet angle en deux angles égaux.



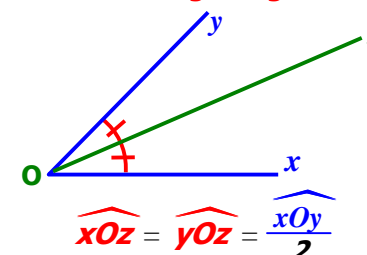
2. Dans un triangle

P₇₄ La somme des angles d'un triangle est égale à 180° .



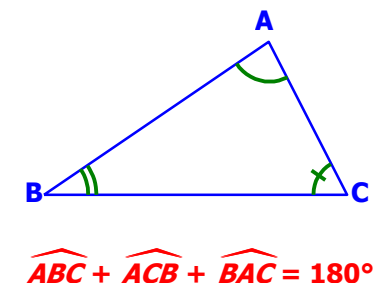
1. Avec une bissectrice

P₇₃ Si une droite ou une demi-droite est la bissectrice d'un angle alors elle partage cet angle en deux angles égaux.



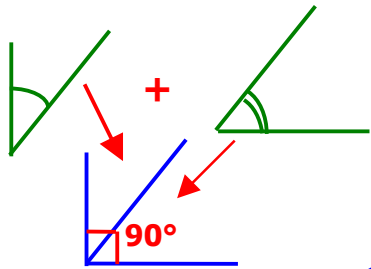
2. Dans un triangle

P₇₄ La somme des angles d'un triangle est égale à 180° .

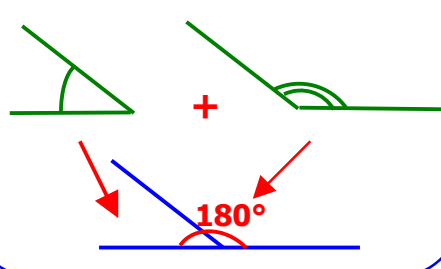


3. Avec des angles complémentaires ou supplémentaires

P₇₅ Deux angles complémentaires sont deux angles dont la somme est égale à 90° .

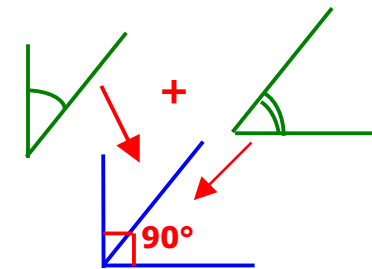


P₇₆ Deux angles supplémentaires sont deux angles dont la somme est égale à 180° .

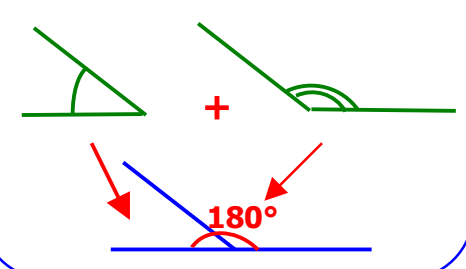


3. Avec des angles complémentaires ou supplémentaires

P₇₅ Deux angles complémentaires sont deux angles dont la somme est égale à 90° .

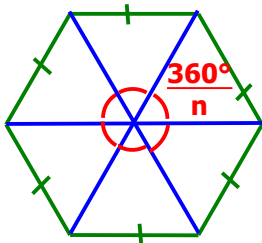


P₇₆ Deux angles supplémentaires sont deux angles dont la somme est égale à 180° .



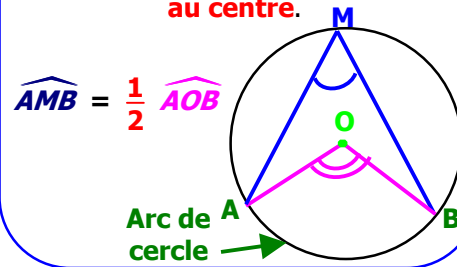
4. Dans un polygone régulier

P₇₇ Si un polygone à n côtés est régulier alors tous ses angles au centre sont égaux à $\frac{360^\circ}{n}$.



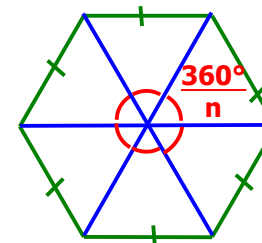
5. Dans un cercle

P₇₈ Si un angle inscrit et un angle au centre interceptent le même arc de cercle alors l'angle inscrit est égal à la moitié de l'angle au centre.



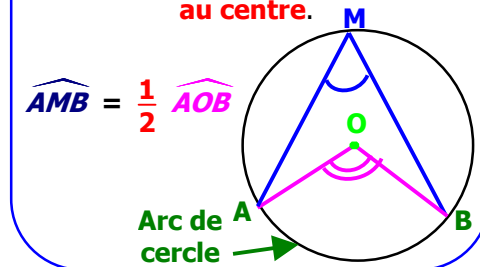
4. Dans un polygone régulier

P₇₇ Si un polygone à n côtés est régulier alors tous ses angles au centre sont égaux à $\frac{360^\circ}{n}$.



5. Dans un cercle

P₇₈ Si un angle inscrit et un angle au centre interceptent le même arc de cercle alors l'angle inscrit est égal à la moitié de l'angle au centre.



6. Avec la trigonométrie : SOHCAHTOA (voir rappel P₆₆ page 18)

Exemple : Calculer \widehat{ASC} à 1° près.

On connaît le côté adjacent et l'hypoténuse donc on utilise : CAH

Dans le triangle SAC rectangle en C :

$$\cos \widehat{ASC} = \frac{SC}{SA}$$

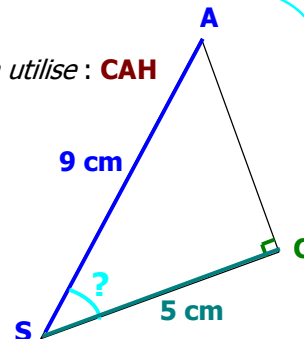
$$\cos \widehat{ASC} = \frac{5}{9} \quad \leftarrow \text{Cosinus de l'angle (Nombre entre 0 et 1)}$$

$$\widehat{ASC} \approx 56^\circ \quad \leftarrow \text{Angle aigu (entre } 0^\circ \text{ et } 90^\circ)$$



Pour obtenir l'angle à partir du cosinus, on utilise la touche

Acs ou **cos⁻¹** obtenue avec la touche **2nd** ou **SHIFT**.



6. Avec la trigonométrie : SOHCAHTOA (voir rappel P₆₆ page 18)

Exemple : Calculer \widehat{ASC} à 1° près.

On connaît le côté adjacent et l'hypoténuse donc on utilise : CAH

Dans le triangle SAC rectangle en C :

$$\cos \widehat{ASC} = \frac{SC}{SA}$$

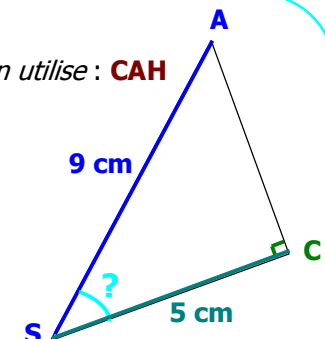
$$\cos \widehat{ASC} = \frac{5}{9} \quad \leftarrow \text{Cosinus de l'angle (Nombre entre 0 et 1)}$$

$$\widehat{ASC} \approx 56^\circ \quad \leftarrow \text{Angle aigu (entre } 0^\circ \text{ et } 90^\circ)$$



Pour obtenir l'angle à partir du cosinus, on utilise la touche

Acs ou **cos⁻¹** obtenue avec la touche **2nd** ou **SHIFT**.



Comment exprimer et calculer un périmètre ?

1. Unités de longueur

P₇₉ Le périmètre d'une figure s'exprime avec une unité de longueur.

L'unité principale de longueur est le mètre (m) ; $1 \text{ m} = 10 \text{ dm}$

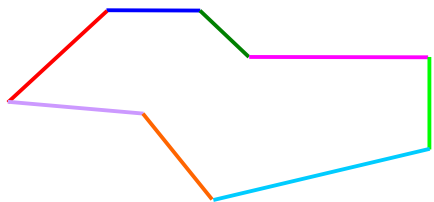
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
			7	9	2	
0	0	5	8			

Exemple de conversions : $7,92 \text{ m} = 792 \text{ cm}$ et $58 \text{ m} = 0,058 \text{ km}$

Remarque : Pour calculer un périmètre, il faut s'assurer que toutes les longueurs de la figure sont exprimées dans la même unité.

2. Pour un polygone

P₈₀ Pour calculer le périmètre d'un polygone, on additionne les longueurs de tous ses côtés.



3. Pour un cercle

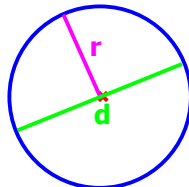
$$P_{81} \quad P = \pi \times d$$

ou $P = 2 \times \pi \times r$

Remarque :

Valeur exacte :
On laisse le résultat en fonction de π .

Valeur approchée :
On calcule en prenant $\pi \times 3,14$.



1. Unités d'aire

Comment exprimer et calculer une aire ?

P₈₂ L'aire d'une figure s'exprime avec une unité d'aire.

L'unité principale d'aire est le mètre carré (m²) ; $1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$

km ²	hm ²	dam ²	m ²	dm ²	cm ²	mm ²
			4	9	0	
			0	9	1	3

Exemple de conversions : $4,9 \text{ m}^2 = 490 \text{ dm}^2$ et $91,3 \text{ cm}^2 = 0,913 \text{ dm}^2$

Remarques :

- Pour calculer une aire, il faut s'assurer que toutes les longueurs de la figure sont exprimées dans la même unité.
- Si les longueurs sont en m, l'aire est en m² etc...

Comment exprimer et calculer un périmètre ?

1. Unités de longueur

P₇₉ Le périmètre d'une figure s'exprime avec une unité de longueur.

L'unité principale de longueur est le mètre (m) ; $1 \text{ m} = 10 \text{ dm}$

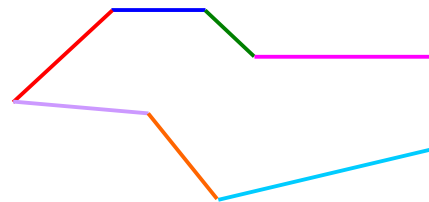
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
			7	9	2	
0	0	5	8			

Exemple de conversions : $7,92 \text{ m} = 792 \text{ cm}$ et $58 \text{ m} = 0,058 \text{ km}$

Remarque : Pour calculer un périmètre, il faut s'assurer que toutes les longueurs de la figure sont exprimées dans la même unité.

2. Pour un polygone

P₈₀ Pour calculer le périmètre d'un polygone, on additionne les longueurs de tous ses côtés.



3. Pour un cercle

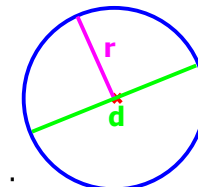
$$P_{81} \quad P = \pi \times d$$

ou $P = 2 \times \pi \times r$

Remarque :

Valeur exacte :
On laisse le résultat en fonction de π .

Valeur approchée :
On calcule en prenant $\pi \times 3,14$.



1. Unités d'aire

Comment exprimer et calculer une aire ?

P₈₂ L'aire d'une figure s'exprime avec une unité d'aire.

L'unité principale d'aire est le mètre carré (m²) ; $1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$

km ²	hm ²	dam ²	m ²	dm ²	cm ²	mm ²
			4	9	0	
			0	9	1	3

Exemple de conversions : $4,9 \text{ m}^2 = 490 \text{ dm}^2$ et $91,3 \text{ cm}^2 = 0,913 \text{ dm}^2$

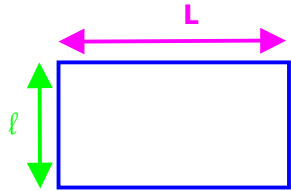
Remarques :

- Pour calculer une aire, il faut s'assurer que toutes les longueurs de la figure sont exprimées dans la même unité.
- Si les longueurs sont en m, l'aire est en m² etc...

2. Pour un rectangle

P₈₃

$$A = L \times \ell$$



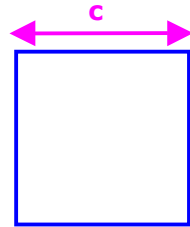
3. Pour un carré

P₈₄

$$A = c \times c$$

ou

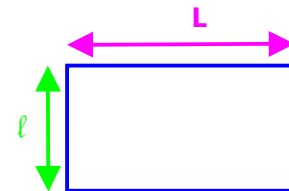
$$A = c^2$$



2. Pour un rectangle

P₈₃

$$A = L \times \ell$$



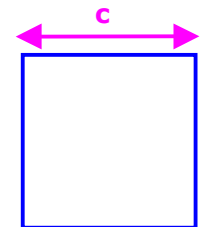
3. Pour un carré

P₈₄

$$A = c \times c$$

ou

$$A = c^2$$



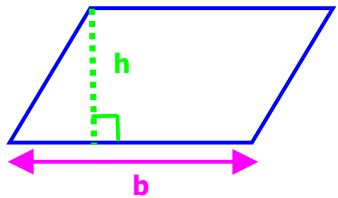
4. Pour un parallélogramme

P₈₅

$$A = \text{base} \times \text{hauteur}$$

ou

$$A = b \times h$$



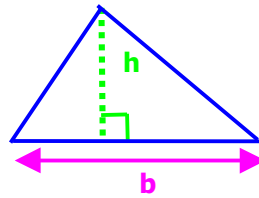
5. Pour un triangle

P₈₆

$$A = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$$

ou

$$A = \frac{b \times h}{2}$$



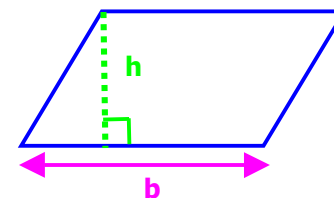
4. Pour un parallélogramme

P₈₅

$$A = \text{base} \times \text{hauteur}$$

ou

$$A = b \times h$$



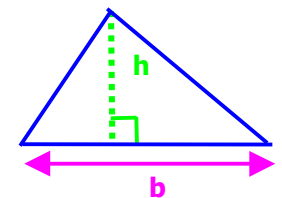
5. Pour un triangle

P₈₆

$$A = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$$

ou

$$A = \frac{b \times h}{2}$$



6. Pour un disque

P₈₇

$$A = \pi \times r \times r$$

ou

$$A = \pi \times r^2$$

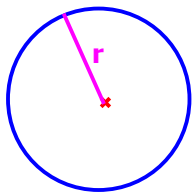
Remarque :

Valeur exacte :

On laisse le résultat en fonction de π .

Valeur approchée :

On calcule en prenant $\pi \times 3,14$.



7. Pour une sphère

P₈₈

$$A = 4 \times \pi \times r \times r$$

ou

$$A = 4 \times \pi \times r^2$$

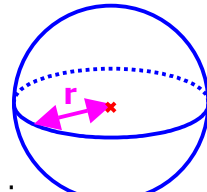
Remarque :

Valeur exacte :

On laisse le résultat en fonction de π .

Valeur approchée :

On calcule en prenant $\pi \times 3,14$.



6. Pour un disque

P₈₇

$$A = \pi \times r \times r$$

ou

$$A = \pi \times r^2$$

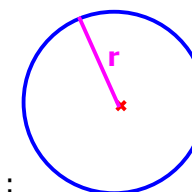
Remarque :

Valeur exacte :

On laisse le résultat en fonction de π .

Valeur approchée :

On calcule en prenant $\pi \times 3,14$.



7. Pour une sphère

P₈₈

$$A = 4 \times \pi \times r \times r$$

ou

$$A = 4 \times \pi \times r^2$$

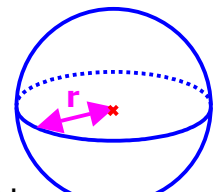
Remarque :

Valeur exacte :

On laisse le résultat en fonction de π .

Valeur approchée :

On calcule en prenant $\pi \times 3,14$.



Comment exprimer et calculer un volume ?

1. Unités de volume

P₈₉ Le volume d'un solide s'exprime avec une unité de volume.

L'unité principale de volume est le mètre cube (m³) ; 1 m³ = 1 000 dm³

m ³			dm ³ ou L			cm ³				mm ³				
					7	4	3	0						
	0	8	4	6										

☞ 1 dm³ = 1 L

Exemple de conversions : 7,43 dm³ = 7 430 cm³ et 846 L = 0,846 m³

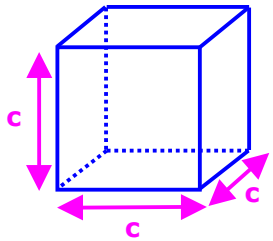
Remarques : - Pour calculer un volume, il faut s'assurer que toutes les dimensions du solide sont exprimées dans la même unité.
- Si les dimensions sont en m, le volume est en m³ etc...

2. Pour un cube

P₉₀ $V = c \times c \times c$

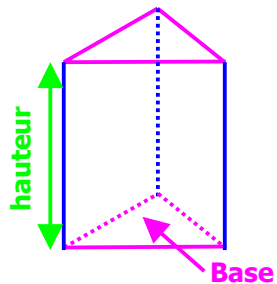
ou

$V = c^3$



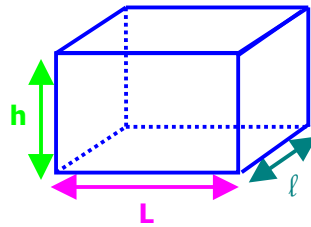
4. Pour un prisme droit

P₉₂ $V = \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$



3. Pour un pavé droit

P₉₁ $V = L \times l \times h$



5. Pour un cylindre

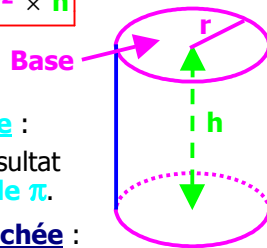
P₉₃ $V = \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$

ou $V = \pi \times r^2 \times h$

Remarque :

Valeur exacte :
On laisse le résultat en fonction de π.

Valeur approchée :
On calcule en prenant π × 3,14.



Comment exprimer et calculer un volume ?

1. Unités de volume

P₈₉ Le volume d'un solide s'exprime avec une unité de volume.

L'unité principale de volume est le mètre cube (m³) ; 1 m³ = 1 000 dm³

m ³			dm ³ ou L			cm ³				mm ³				
					7	4	3	0						
	0	8	4	6										

☞ 1 dm³ = 1 L

Exemple de conversions : 7,43 dm³ = 7 430 cm³ et 846 L = 0,846 m³

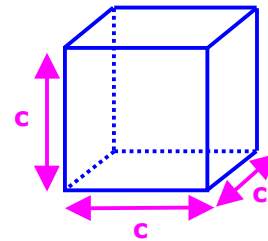
Remarques : - Pour calculer un volume, il faut s'assurer que toutes les dimensions du solide sont exprimées dans la même unité.
- Si les dimensions sont en m, le volume est en m³ etc...

2. Pour un cube

P₉₀ $V = c \times c \times c$

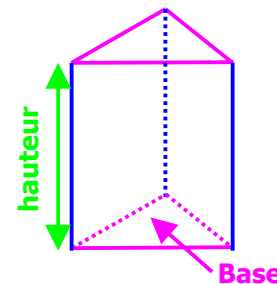
ou

$V = c^3$



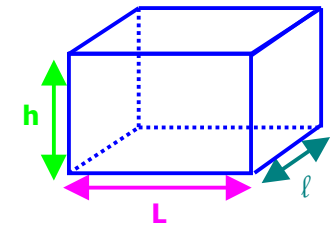
4. Pour un prisme droit

P₉₂ $V = \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$



3. Pour un pavé droit

P₉₁ $V = L \times l \times h$



5. Pour un cylindre

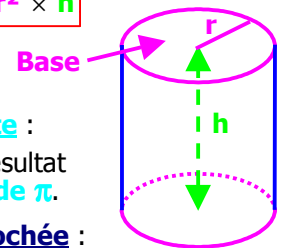
P₉₃ $V = \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$

ou $V = \pi \times r^2 \times h$

Remarque :

Valeur exacte :
On laisse le résultat en fonction de π.

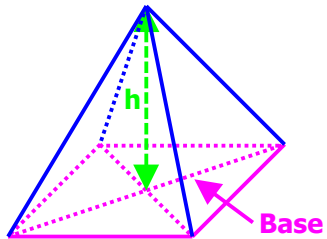
Valeur approchée :
On calcule en prenant π × 3,14.



6. Pour une pyramide

P₉₄

$$V = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$



7. Pour un cône

P₉₅

$$V = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$

ou $V = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3}$

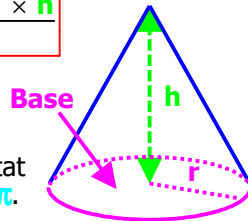
Remarque :

Valeur exacte :

On laisse le résultat en fonction de π .

Valeur approchée :

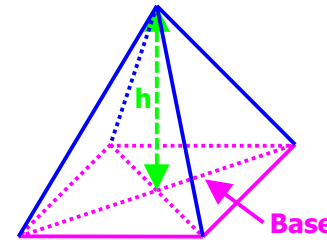
On calcule en prenant $\pi \times 3,14$.



6. Pour une pyramide

P₉₄

$$V = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$



7. Pour un cône

P₉₅

$$V = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$

ou $V = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3}$

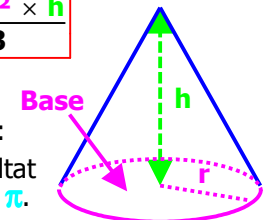
Remarque :

Valeur exacte :

On laisse le résultat en fonction de π .

Valeur approchée :

On calcule en prenant $\pi \times 3,14$.



8. Pour une boule

P₉₆

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times r \times r \times r$$

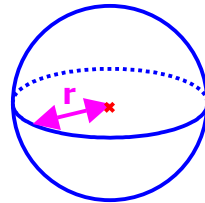
ou

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$$

Remarque :

Valeur exacte : On laisse le résultat en fonction de π .

Valeur approchée : On calcule en prenant $\pi \approx 3,14$.



8. Pour une boule

P₉₆

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times r \times r \times r$$

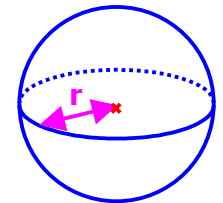
ou

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$$

Remarque :

Valeur exacte : On laisse le résultat en fonction de π .

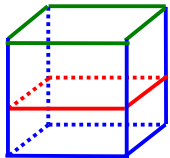
Valeur approchée : On calcule en prenant $\pi \approx 3,14$.



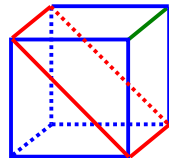
Comment représenter la section d'un solide par un plan ?

1. Sections de cube

P₉₇ La section d'un cube par un plan parallèle à une face est un carré.

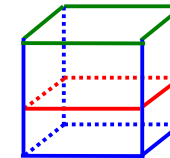


P₉₈ La section d'un cube par un plan parallèle à une arête est un rectangle.

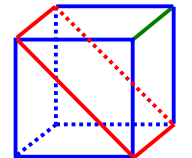


1. Sections de cube

P₉₇ La section d'un cube par un plan parallèle à une face est un carré.

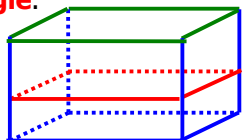


P₉₈ La section d'un cube par un plan parallèle à une arête est un rectangle.

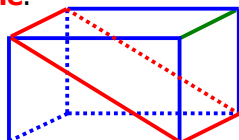


2. Sections de pavé droit

P₉₉ La section d'un pavé droit par un plan parallèle à une face est un rectangle.

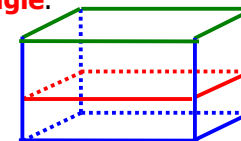


P₁₀₀ La section d'un pavé droit par un plan parallèle à une arête est un rectangle.

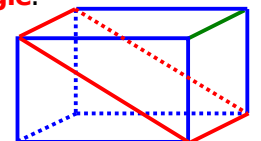


2. Sections de pavé droit

P₉₉ La section d'un pavé droit par un plan parallèle à une face est un rectangle.

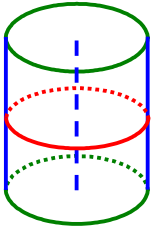


P₁₀₀ La section d'un pavé droit par un plan parallèle à une arête est un rectangle.

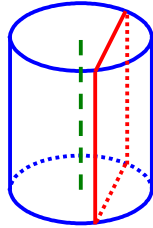


3. Sections de cylindre

P₁₀₁ La section d'un cylindre par un plan parallèle à la base est un disque.

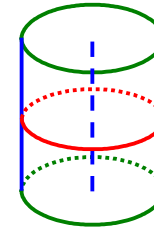


P₁₀₂ La section d'un cylindre par un plan parallèle à l'axe est un rectangle.

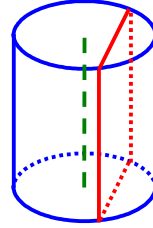


3. Sections de cylindre

P₁₀₁ La section d'un cylindre par un plan parallèle à la base est un disque.

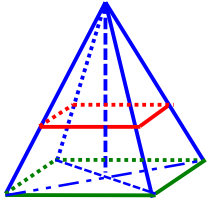


P₁₀₂ La section d'un cylindre par un plan parallèle à l'axe est un rectangle.



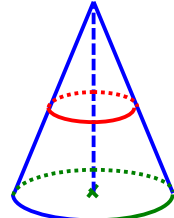
4. Section de pyramide

P₁₀₃ La section d'une pyramide par un plan parallèle à la base est un polygone de même nature que la base.



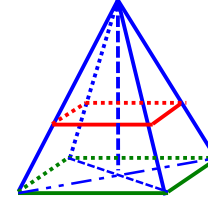
5. Section de cône

P₁₀₄ La section d'un cône par un plan parallèle à la base est un disque.



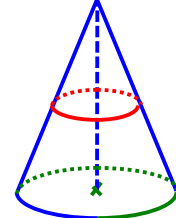
4. Section de pyramide

P₁₀₃ La section d'une pyramide par un plan parallèle à la base est un polygone de même nature que la base.



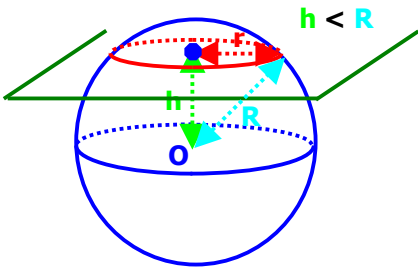
5. Section de cône

P₁₀₄ La section d'un cône par un plan parallèle à la base est un disque.



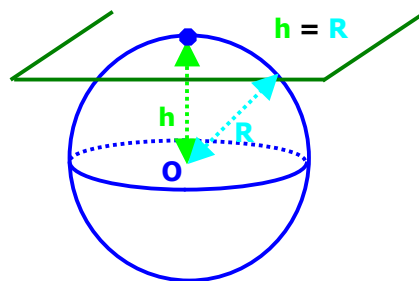
6. Sections de sphère

P₁₀₅ La section d'une sphère par un plan est un cercle.



Calcul du rayon r : $r^2 + h^2 = R^2$

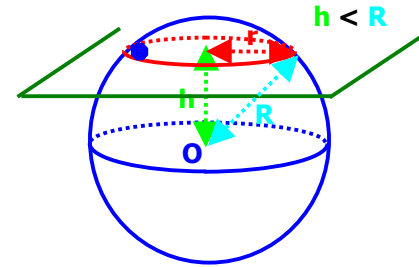
P₁₀₆ Le plan et la sphère ont un seul point commun.



Le plan est tangent à la sphère.

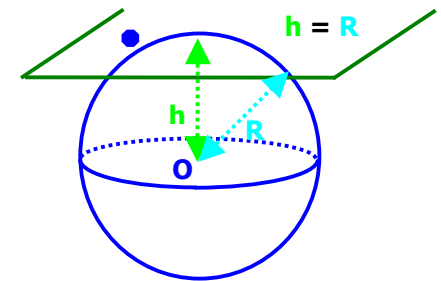
6. Sections de sphère

P₁₀₅ La section d'une sphère par un plan est un cercle.



Calcul du rayon r : $r^2 + h^2 = R^2$

P₁₀₆ Le plan et la sphère ont un seul point commun.



Le plan est tangent à la sphère.

Remarque : si $h > R$ Le plan et la sphère n'ont aucun point commun.

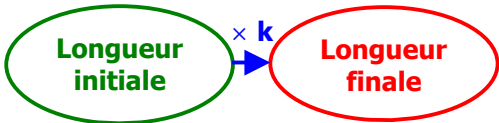
Remarque : si $h > R$ Le plan et la sphère n'ont aucun point commun.

Comment utiliser les effets d'un agrandissement ou d'une réduction ?

Agrandissement : $k > 1$
Réduction : $0 < k < 1$

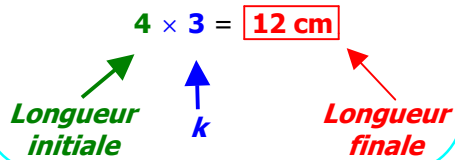
1. Sur une longueur

P₁₀₇ Dans un agrandissement ou une réduction de coefficient k , on multiplie les longueurs par k .



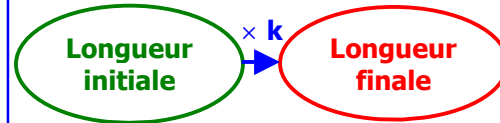
Remarque : Les angles de la figure sont conservés.

Exemple : L'arête d'un cube mesure 4 cm. Quelle est sa longueur après un agrandissement de coefficient 3 ?



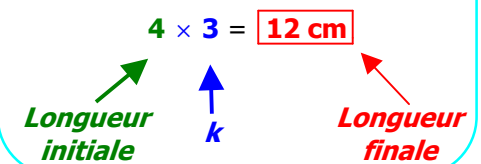
1. Sur une longueur

P₁₀₇ Dans un agrandissement ou une réduction de coefficient k , on multiplie les longueurs par k .



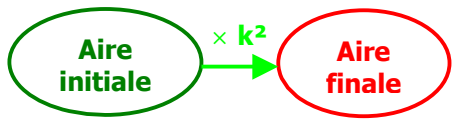
Remarque : Les angles de la figure sont conservés.

Exemple : L'arête d'un cube mesure 4 cm. Quelle est sa longueur après un agrandissement de coefficient 3 ?

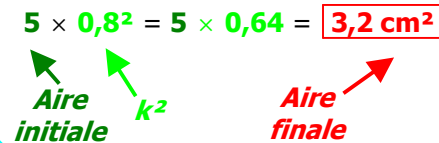


2. Sur une aire

P₁₀₈ Dans un agrandissement ou une réduction de coefficient k , on multiplie les aires par k^2 .

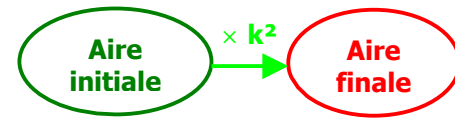


Exemple : L'aire d'un triangle est 5 cm². Quelle est son aire après une réduction de coefficient 0,8 ?

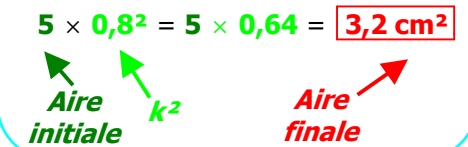


2. Sur une aire

P₁₀₈ Dans un agrandissement ou une réduction de coefficient k , on multiplie les aires par k^2 .

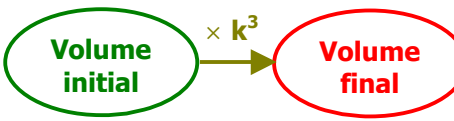


Exemple : L'aire d'un triangle est 5 cm². Quelle est son aire après une réduction de coefficient 0,8 ?

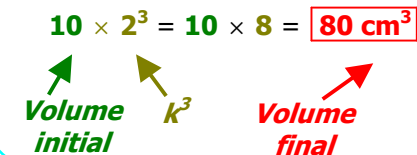


3. Sur un volume

P₁₀₉ Dans un agrandissement ou une réduction de coefficient k , on multiplie les volumes par k^3 .

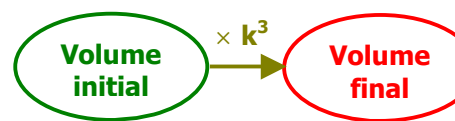


Exemple : Le volume d'une pyramide est 10 cm³. Quel est son volume après un agrandissement de coefficient 2 ?

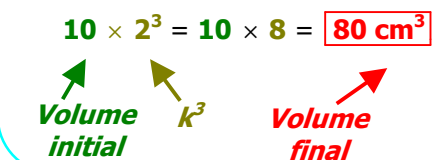


3. Sur un volume

P₁₀₉ Dans un agrandissement ou une réduction de coefficient k , on multiplie les volumes par k^3 .



Exemple : Le volume d'une pyramide est 10 cm³. Quel est son volume après un agrandissement de coefficient 2 ?



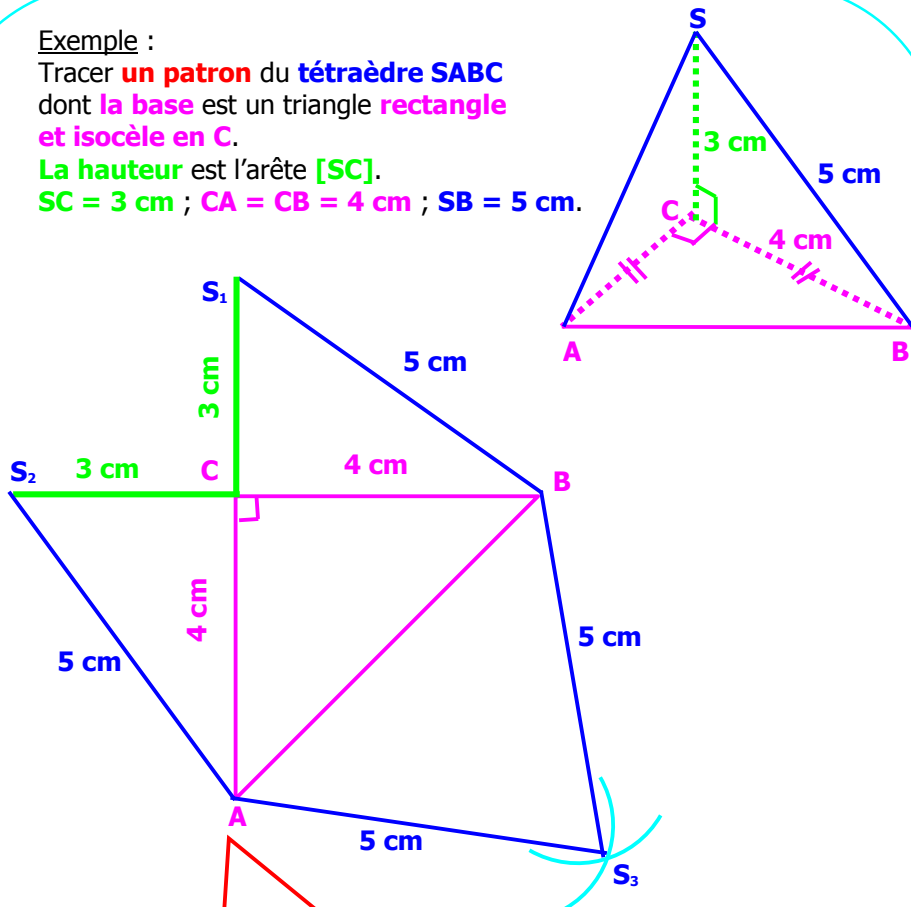
Comment tracer un patron de solide ?

Exemple :

Tracer un **patron** du **tétraèdre SABC** dont la base est un triangle **rectangle et isocèle en C**.

La hauteur est l'arête **[SC]**.

SC = 3 cm ; CA = CB = 4 cm ; SB = 5 cm.



- On trace la base **ABC**.
- On trace les triangles **SAC** et **SCB** rectangles en **C**.
- On trace un arc de cercle de centre **A** et de rayon **5 cm**.
- On trace un arc de cercle de centre **B** et de rayon **5 cm**.

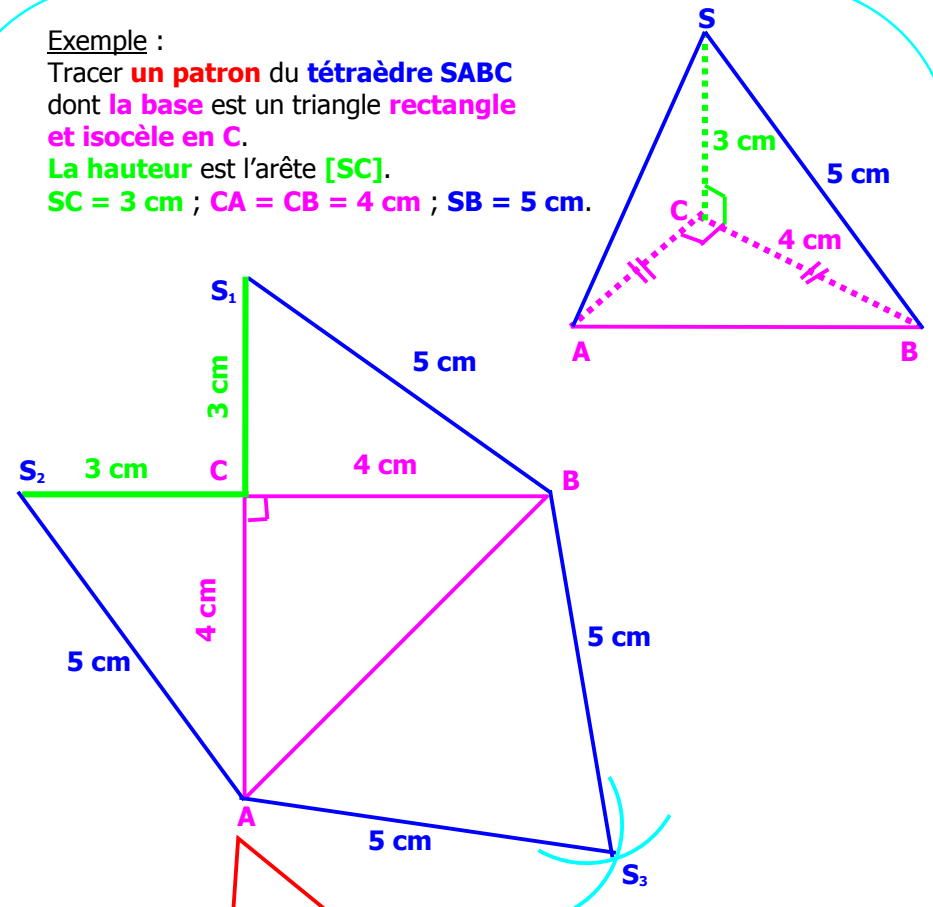
Comment tracer un patron de solide ?

Exemple :

Tracer un **patron** du **tétraèdre SABC** dont la base est un triangle **rectangle et isocèle en C**.

La hauteur est l'arête **[SC]**.

SC = 3 cm ; CA = CB = 4 cm ; SB = 5 cm.



- On trace la base **ABC**.
- On trace les triangles **SAC** et **SCB** rectangles en **C**.
- On trace un arc de cercle de centre **A** et de rayon **5 cm**.
- On trace un arc de cercle de centre **B** et de rayon **5 cm**.

INDEX

GEOMETRIE	Pages
Agrandissement - réduction	26
Aire	21 - 22
Angles	18 – 19 - 20
Bissectrice	12 - 19 - 20
Carré	10
Centre de gravité	13 - 15
Cercle circonscrit - inscrit	13
Cône	24 - 25
Hauteur	12
Losange	9
Médiane	12
Médiatrice	12
Orthocentre	13
Parallélogramme	8
Patron	27
Périmètre	21
Pyramide	24 – 25 - 27
Pythagore	16
Réciproque de Pythagore	6
Réciproque de Thalès	4
Rectangle	9
Section d'un solide	24 - 25
Sinus, cosinus, tangente	17 - 20
Sphère - Boule	22 – 24 - 25
Symétrie axiale	10 – 14 - 19
Symétrie centrale	3 – 10 – 14 - 19
Thalès	15
Triangle équilatéral	7
Triangle isocèle	7
Triangle rectangle	6
Volume	23 - 24

INDEX

GEOMETRIE	Pages
Agrandissement - réduction	26
Aire	21 - 22
Angles	18 – 19 - 20
Bissectrice	12 - 19 - 20
Carré	10
Centre de gravité	13 - 15
Cercle circonscrit - inscrit	13
Cône	24 - 25
Hauteur	12
Losange	9
Médiane	12
Médiatrice	12
Orthocentre	13
Parallélogramme	8
Patron	27
Périmètre	21
Pyramide	24 – 25 - 27
Pythagore	16
Réciproque de Pythagore	6
Réciproque de Thalès	4
Rectangle	9
Section d'un solide	24 - 25
Sinus, cosinus, tangente	17 - 20
Sphère - Boule	22 – 24 - 25
Symétrie axiale	10 – 14 - 19
Symétrie centrale	3 – 10 – 14 - 19
Thalès	15
Triangle équilatéral	7
Triangle isocèle	7
Triangle rectangle	6
Volume	23 - 24